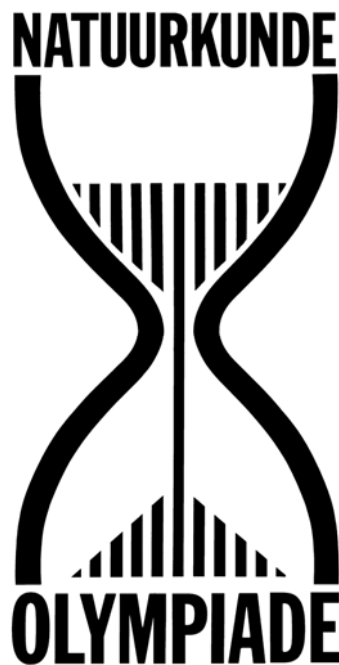


**TWEEDE RONDE  
NATUURKUNDE OLYMPIADE  
2007**

**TOETS 1**



**27 APRIL 2007  
10.30 – 12.30 uur**

## MECHANICA

### 1 Een ultieme bungy-jump.

Door de bolvormig veronderstelde Aarde met massa  $M_E$  en straal  $R_E$  is een tunnel geboord die precies door het centrum gaat. Vanaf het aardoppervlak spring je, zonder elastiek en zonder beginsnelheid, in de tunnel. We verwaarlozen wrijving en we houden ook geen rekening met het feit dat de Aarde draait. We veronderstellen verder dat de dichtheid van de Aarde constant is. Voor de aantrekkingskracht tussen twee massa's  $m$  en  $M$  geldt:

$$F = -G \frac{mM}{x^2}$$

waarbij  $G$  een constante is en  $x$  de afstand tussen de twee middelpunten van de massa's. Het blijkt dat alleen dat deel van de Aarde dat zich binnen een bol met straal  $x$  (dat is dus de afstand van het middelpunt van de Aarde tot de massa  $m$ ) meedoet aan de aantrekkingskracht. Stel dat je je op een positie  $x$  bevindt.

- Toon aan dat de massa  $M$  van de Aarde die zich binnen de bol met straal  $x$  bevindt wordt gegeven door:  $M = M_E \frac{x^3}{R_E^3}$
- Laat zien dat, als je je op positie  $x$  bevindt, voor de aantrekkingskracht geldt:  $F = -G \frac{mM_E}{R_E^3} x$
- Stel de bewegingsvergelijking op voor deze situatie en vereenvoudig deze zoveel mogelijk.
- Laat zien dat de functie  $x(t) = R_E \sin(\omega t)$  voldoet aan de bewegingsvergelijking en geef een vergelijking waaraan  $\omega$  moet voldoen.
- Bereken hoe lang je erover doet om weer terug te komen bij het punt waar je in de tunnel bent gesprongen.

Gegevens:  $M_E = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>kg<sup>-2</sup>,  $R_E = 6,38 \cdot 10^6$  m

## ELEKTRICITEIT & MAGNETISME

### 2 Serieschakeling.

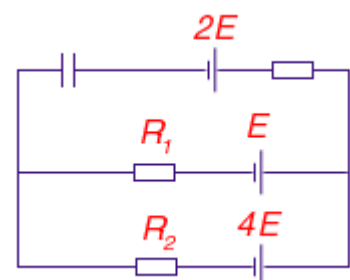
Een weerstand  $R$  van 100  $\Omega$ , een condensator  $C$  van 200 nF en een spoel  $L$  van 300 mH staan in serie met elkaar en zijn aangesloten op een wisselspanningsbron met variabele frequentie en een vaste spanning van 20 V.

- Bereken de maximale stroomsterkte door deze schakeling en geef ook aan bij welke frequentie deze stroomsterkte optreedt.
- Bereken de spanning over de spoel bij een frequentie van de wisselspanning van 500 Hz.

### 3 Ongeladen condensator.

$R_1$  (20  $\Omega$ ) en  $R_2$  zijn weerstanden. Zie de figuur. De drie spanningsbronnen worden als ideaal beschouwd.

Bereken die  $R_2$  (in  $\Omega$ ) waarbij de condensator in de schakeling ongeladen is.



## GOLVEN & OPTICA

### 4 *Vergrootglas.*

Een vergrootglas kun je op verschillende afstanden van een voorwerp houden en dan is de vergroting ook verschillend. We gaan er vanuit dat de hoeken die gemaakt worden klein zijn met de optische as (zodat  $\tan \alpha \approx \alpha$  bijvoorbeeld).

Toon aan dat voor een vergrootglas met brandpuntsafstand  $f$  de maximaal mogelijke vergroting  $N$  gelijk is aan  $N = 1 + d/f$ , waarbij  $d$  de nabijheidafstand is, de kleinste afstand waarmee je met je oog nog scherp kunt zien.

## THERMODYNAMICA

### 5 *Effusie.*

Als er in de wand van een vat gevuld met een gas een voldoende klein gat zit, dan zal het aantal uittreedende moleculen zo klein zijn dat het evenwicht van het gas in goede benadering niet verstoord wordt.

Het aantal moleculen dat door het gat verdwijnt is in dat geval gelijk aan het aantal moleculen dat in dezelfde tijd het oppervlak zou raken van het afgesloten gat. Het proces waarbij moleculen onder deze conditie ontsnappen wordt *effusie* genoemd.

- (a) Beschouw een klein oppervlak, met grootte  $A$ , van de wand van een met een 1 atomig gas gevuld vat met volume  $V$ . Laat zien dat het aantal moleculen dat in een tijd  $\Delta t$  dit oppervlak raakt gelijk is aan

$$\frac{PA\Delta t}{(2m\langle v_x \rangle)}$$

waarin  $P$  de druk in het vat,  $m$  de gemiddelde massa van de moleculen en  $\langle v_x \rangle$  de gemiddelde snelheid van de botsende moleculen in de  $x$ -richting is.

- (b) In goede benadering geldt dat  $\langle v_x \rangle$  gelijk is aan  $\sqrt{\langle v_x^2 \rangle}$  waarbij de middeling nu over alle moleculen in het vat is. Toon aan dat  $\sqrt{\langle v_x^2 \rangle} = \sqrt{kT/m}$ .

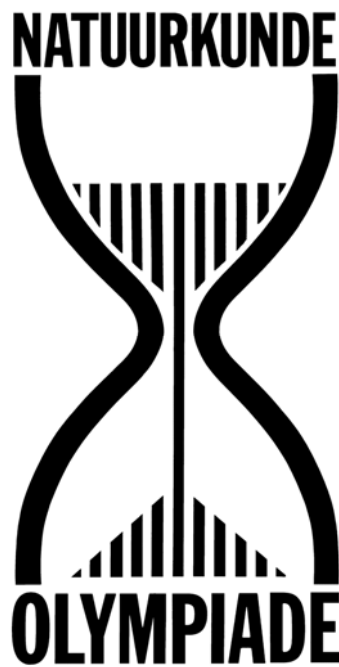
- (c) Als we nu het oppervlak  $A$  weghalen dan zullen de moleculen die dit oppervlak zouden raken ontsnappen. Als we verder aannemen dat door het gat geen moleculen het vat binnenkomen, laat dan zien dat het aantal moleculen  $N$  in het vat als functie van de tijd bepaald wordt door de differentiaalvergelijking

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{A}{2V} \sqrt{\frac{kT}{m}} N$$

- (d) Los deze vergelijking op voor constante temperatuur  $T$ . Bereken de karakteristieke tijd  $\tau$  waarin het aantal deeltjes  $N$  (en dus de druk  $P$ ) met een factor  $e$  gedaald is.
- (e) In je fietsband zit een zodanig lek dat de band een uur na oppompen plat staat. Maak een schatting van de grootte van het gat.

**TWEEDE RONDE  
NATUURKUNDE OLYMPIADE  
2007**

**TOETS 2**

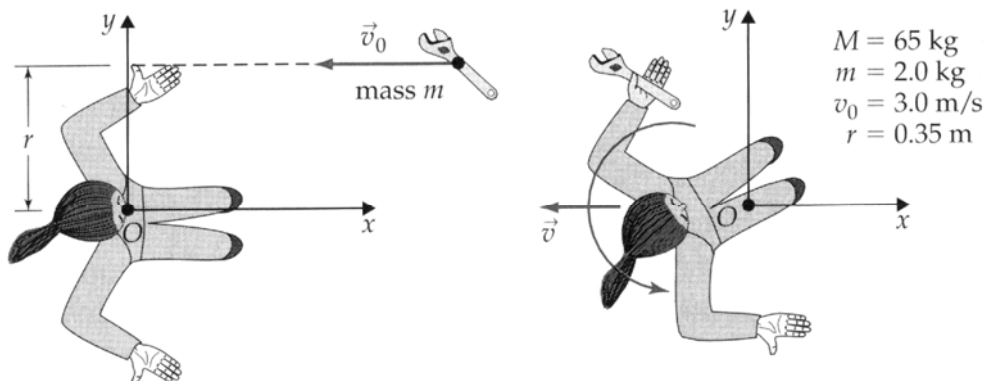


**27 APRIL 2007  
13.30 – 15.30 uur**

## MECHANICA

### 1 *Astronaute.*

Een astronoute met een massa  $M$  van 65 kg werkt in het International Space Station en vraagt een collega om een moersleutel. De collega gooit de moersleutel met een massa  $m$  van 2,0 kg met een snelheid van 3,0 m/s naar de stilstaande astronoute. Ze vangt de moersleutel 35 cm links van haar massamiddelpunt. Zie ook het plaatje.

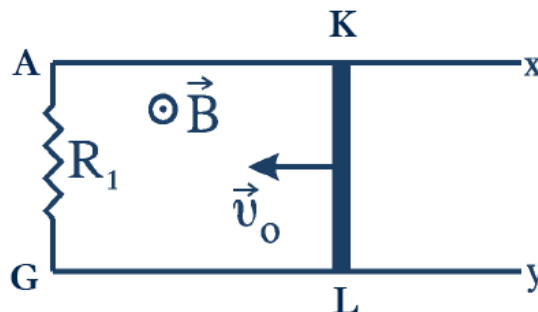


- Bepaal met welke hoeksnelheid de astronoute na het vangen ronddraait. Geef duidelijk aan welke aannames je hiervoor maakt.  
Als je het antwoord op (a) niet hebt, mag je voor de rest van de opgave een hoeksnelheid van 2,0 rad/s nemen.
- Bepaal hoe het massamiddelpunt van de astronoute na het vangen beweegt.
- Bepaal welk percentage van de initiële kinetische energie van de moersleutel wordt omgezet in thermische energie.

## ELEKTRICITEIT & MAGNETISME

### 2 *Bewegende staaf.*

Twee koperen staven  $x$  en  $y$  met verwaarloosbare weerstand zijn bij A en G met elkaar verbonden door een weerstand  $R_1$ . KL is een koperen staaf met een weerstand van 2,0  $\Omega$  en een massa van 2,0 kg. Staven  $x$  en  $y$  zijn op een afstand  $s$  van 2,0 m van elkaar geplaatst. Tussen de twee staven is een naar boven gericht homogeen magnetisch veld aanwezig met een sterkte van 1,0 T.

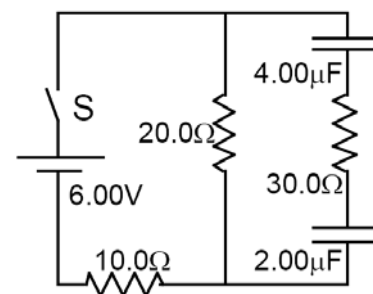


Staf KL wordt plotseling in beweging gezet met een snelheid van 12 m/s. Bereken de grootte van weerstand  $R_1$  waarvoor geldt dat in deze situatie een stroomsterkte van 3,0 A door staf KL gaat lopen.

3 *Schakeling.*

Een spanningsbron, een schakelaar, drie weerstanden en twee condensatoren zijn geschakeld zoals in de figuur hiernaast. De twee condensatoren zijn in eerste instantie ongeladen.

- (a) Bereken de stroomsterkte door elke weerstand op het moment dat schakelaar S wordt gesloten.  
(b) Bereken de grootte van de ladingen op de condensatoren nadat schakelaar S lange tijd gesloten is.

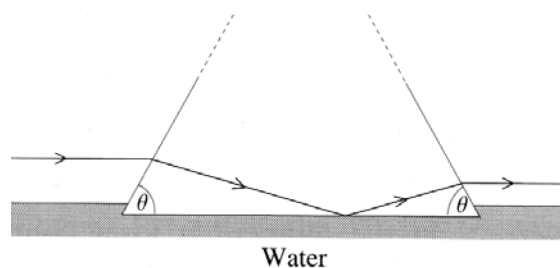


## GOLVEN & OPTICA

4 *Prisma in water.*

Een prisma met twee gelijke zijden hangt met zijn basis in water. De hoek die de gelijke zijden met de basis maken is gelijk aan  $\theta$ .

Een lichtstraal evenwijdig aan het wateroppervlak valt boven het water op het prisma en wordt intern aan het glas-water-oppervlak gereflecteerd en komt aan de andere kant van het prisma weer het prisma uit de lucht in.

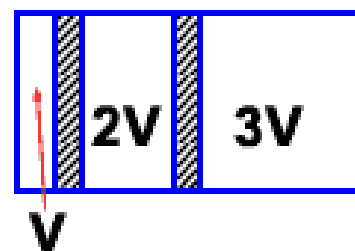


Neem de brekingsindices van glas en water respectievelijk  $3/2$  en  $4/3$ .  
Toon aan dat  $\theta$  tenminste  $25,9^\circ$  moet zijn.

## THERMODYNAMICA

5 *Drie volumes.*

Een cilinder met twee gesloten uiteinden heeft inwendig twee wrijvingsloos beweegbare zuigers (zie de figuur hiernaast). De zuigers zorgen dat de verschillende delen van de cilinder (met volume  $V$ ,  $2V$  en  $3V$ ) thermisch van elkaar geïsoleerd zijn. De delen van de cilinder zijn met verschillende ideale gassen met gelijke temperatuur gevuld.



Het middelste compartiment krijgt een temperatuurverhoging van 60%, terwijl de andere delen gelijk blijven in temperatuur.

De cilinders gaan bewegen en nemen een nieuwe plaats in als een nieuw evenwicht is ingesteld.

Bereken nu de relatieve volumes van de drie compartimenten in de nieuwe situatie.

6 *Duiker.*

Een duiker laat op een zekere diepte onder water een luchtbel los. Tegen de tijd dat de bel bij het wateroppervlak is aangekomen, is de luchtbel in diameter verdubbeld. Neem aan dat hierbij de temperatuur van de luchtbel niet is veranderd. Bepaal de diepte van de duiker. Neem een luchtdruk bij het wateroppervlak aan van 1013 hPa.