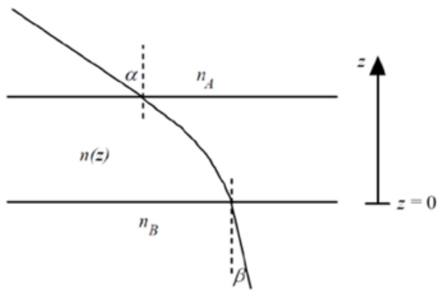
Eindronde
Natuurkunde Olympiade
2014

theorietoets
deel 1

Opgave 1 Fata Morgana (3p)

We hebben een planparallelle plaat met een brekingsindex $n(z)$, die met de afstand z varieert. Zie ook de figuur.



a. Toon aan dat

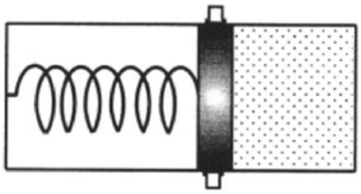
$$n_A \sin\alpha = n_B \sin\beta$$

Neem aan dat je in een woestijn bent. Op enige afstand zie je iets wat op water lijkt. Als je het “water” nadert, lijkt het van je weg te bewegen, zo dat het afstand tot het water steeds gelijk blijft.

b. Leg dit fenomeen uit.

c. Bereken de temperatuur van de lucht dicht bij de grond, ervan uitgaand dat je oog op $1{,}60\ \mathrm{m}$ boven de grond is en dat het “water” zich op een afstand van $250\ \mathrm{m}$ lijkt te bevinden. Gegevens: De brekingsindex van lucht van $15\ ^\circ\mathrm{C}$ onder standaard druk ($1013\ \mathrm{hPa}$) is $1{,}000276$.
De temperatuur van de lucht op meer dan een meter hoogte van de grond veronderstellen we constant op $30\ ^\circ\mathrm{C}$. De atmosferische druk wordt normaal verondersteld. Van de brekingsindex n van lucht mag je aannemen dat $n-1$ evenredig is met de dichtheid van de lucht.

Opgave 2 Gascilinder met veer (3 pt)

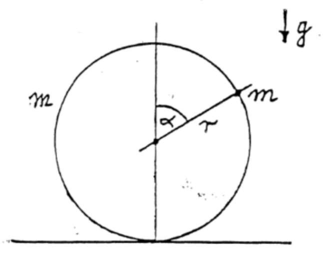


Een deel van een cilinder is gevuld met 1,0 mol van een éénatomig gas met een druk van 1,0 bar en een temperatuur van 300 K.
Een zuiger met verwaarloosbare massa scheidt het gas van het andere deel van de cilinder die vacuüm is maar wel een veer bevat die niet gespannen is en aan de zuiger en de wand is vastgemaakt (zie figuur). De cilinder is thermisch geïsoleerd.
De zuiger zat vast en wordt op een bepaald moment losgelaten. Nadat de zuiger tot rust is gekomen heeft het gas het dubbele van het oorspronkelijke volume ingenomen.

- Bepaal de temperatuur en de druk van het gas, als je de warmtecapaciteit van cilinder, zuiger en veer kunt verwaarlozen.

Opgave 3 ring en massa (3 pt)

Een klein gewichtje met massa m zit vast aan een dunne ring, ook met massa m en straal r. De ring kan over een horizontale tafel rollen (verticaal) en de valversnelling is g. We plaatsen de ring met het gewichtje zo, dat de hoek tussen verticaal en plaats van het gewicht gelijk is aan $\alpha = \pi/3$.



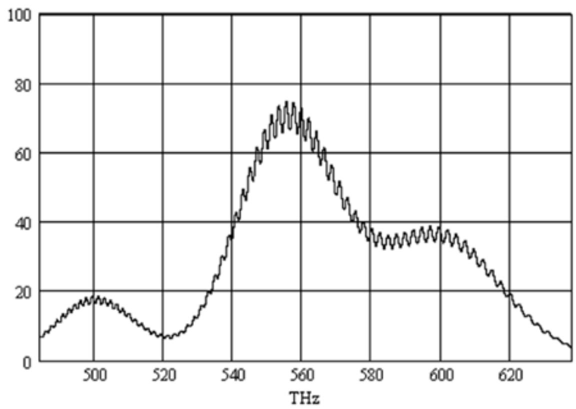
a. Aan welke voorwaarde moet de wrijvingscoefficiënt f tussen tafel en ring voldoen, opdat de ring met gewicht vanuit de gegeven positie begint te bewegen zonder te slippen

b. Ervan uitgaande dat aan deze conditie is voldaan, bereken dan de hoekversnelling van de ring als deze begint te bewegen.

Opgave 4 Transparante film (2 pt)

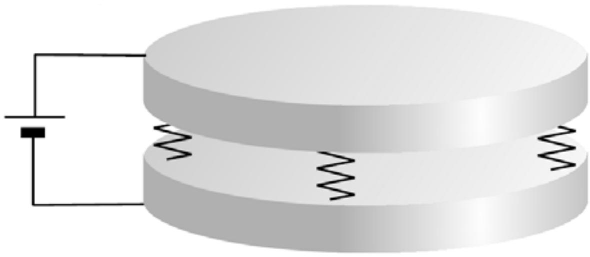
Een dikke glazen plaat heeft als coating een dunne transparante film. Een transmissiespectrum van het systeem glasplaat met film staat in het diagram (licht valt loodrecht in). Voor de brekingsindex van de film geldt $n \cong 1{,}3$.

▶ Bepaal de dikte van de filmcoating



Opgave 5 Mechano-elektrische trillingen (4 pt)

Twee metalen platen met oppervlak S en massa m zitten boven elkaar. Ze zijn gescheiden door veren gemaakt van isolerend materiaal met een totale veerconstante k. De onderste plaat zit vast op een stevige basisplaat. De afstand in evenwicht tussen de platen is x_o.



a. De bovenste plaat krijgt een kleine uitwijking x uit de evenwichtstoestand.
Bepaal nu de versnelling $\ddot{x}$ als functie van x. Bepaal ook de hoefrequentie $\omega_0$van de kleine trilling van de bovenste plaat.

b. De platen worden nu verbonden met een gelijkspanningsbron met een hoog voltage, zodat ze een condensator vormen. De elekrische kracht tussen de platen zorgt voor een extra verplaatsing van de bovenste plaat. De evenwichtstand van de bovenste plaat is nu x_1.
Geef nu uitdrukkingen voor aantrekkende elektrische kracht F_e en de spanning U op de platen in termen van x_0, x_1, S, m en k.

c. We laten het systeem weer trillen en houden de spanning U constant. x is de uitwijking uit de evenwichtstoestand. Leid een uitdrukking af voor de versnelling $\ddot{x}$ in termen van x_0, x_1, S, m, k en x. Wat is de hoekfrequentie ω_1 bij trillingen met kleine uitwijking van de bovenste plaat?

d. We veranderen nu de situatie en paatsen een inductie L in serie met de spanningsbron en de platen. We beschrijven de situatie met de uitwijking x en lading van de condensator q.
Geef weer uitdrukkingen, nu voor $\ddot{x}$ en $\ddot{q}$ in termen van x_0, x_1, S, $m.$ k, x en q.
Welke hoekfrequenties zijn mogelijk in dit systeem?

Eindronde
Natuurkunde Olympiade
2014

theorietoets
deel 2

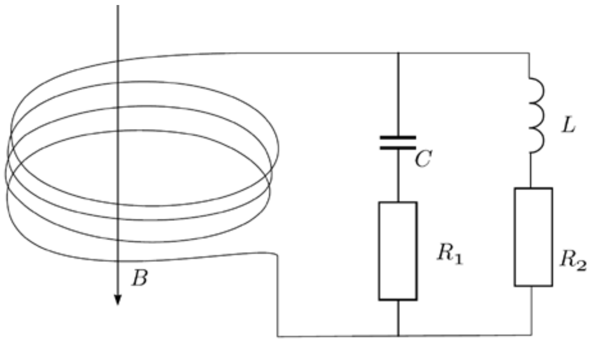
Opgave 6. Zuigen (3 pt)

Een grote fles is gevuld met een niet comprimeerbare dielektrische vloeistof met dichtheid ρ_m (en een relatieve dielektriche permeabiliteit $\varepsilon \approx 1$). De vloeistof heeft een homogene volumeladingsdichteid ρ_e die zo klein is, dat het bijbehorend elektrisch veld E_0 te verwaarlozen is: $E_0\rho_e \ll g\rho_m$, met g de gravitatieversnelling. De oppervlaktespanning mag ook verwaarloosd worden. Alle hoogtes worden gemeten relatief ten opzichte van de ongestoorde hoogte van de vloeistof.

Een puntlading $-q$ met tegengestelde lading wordt op een hoogte h gehouden, waardoor een verstoring a in het oppervlak van de vloeistof ontstaat.

a. Bepaal de hoogte van de verstoring a.
b. Als de hoogte van de lading langzaam kleiner wordt gemaakt, bij welke hoogte h zal de vloeistof dan naar de puntlading gaan stromen?

Opgave 7. Magnetische puls. (3 pt)



Een schakeling heeft een spoel met een verwaarloosbaar magnetisch veld, bestaande uit $N = 10$ windingen en een oppervlak $S = 10\ \mathrm{cm}^2$, weerstanden $R_1 = R_2 = 3{,}0\ \Omega$, een capaciteit $C = 0{,}20\ \mathrm{F}$ en een inductie $L = 1{,}0\ \mathrm{H}$, zie de figuur.

Op het tijdstip $t = 0$ wordt een magnetisch veld, evenwijdig aan de as van de spoel aangezet. De inductie van het magnetisch veld groeit lineair van $B = 0$ tot $B = 1{,}0\ \mathrm{T}$ in $t = 10\ \mathrm{ms}$. Daarna blijft het magnetisch veld constant op $1{,}0\ \mathrm{T}$.

a. Bepaal de stroomsterkte door de weerstanden R_1 en R_2 op het tijdstip $t = 5{,}0\ \mathrm{ms}$.
b. Bepaal de stroomsterkte door de weerstanden R_1 en R_2 op het tijdstip $t = 15\ \mathrm{ms}$.
c. Hoe groot is de nettolading die door weerstand R_2 gaat?

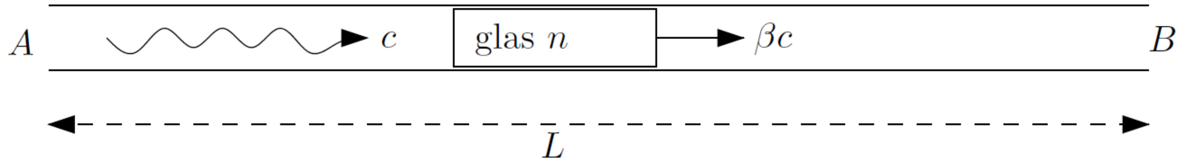
Opgave 8. Branden met een lens (3 pt)

We laten een lens met diameter $d = 10\ \mathrm{cm}$ en brandpuntsafstand $f = 7{,}0\ \mathrm{cm}$ zonlicht bundelen op een dunne zwarte plaat. Achter de plaat zit een spiegel.
De zon wordt gezien als een schijf met een hoekgrootte van $32'$ en de intensiteit op het aardoppervlak is $I = 1000\ {}^{\mathrm{W}}/_{\mathrm{m}^2}$. De constante van Stefan-Boltzmann is
$\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8}\ {}^{W}/_{(m^2K^4)}$.

a. Bepaal de temperatuur van de brandpunt op de plaat.
b. Geef een schatting van de maximale diameter van de lens, waarvoor je dit model kunt gebruiken. Gebruik hiervoor thermodynamische argumenten.

Opgave 9. Relativistisch glas (3 pt)

Tussen de punten A en B van een lange vacuümbuis beweegt een cilinder van glas met een eigenlengte d_0 en brekingsindex n (waarbij $n \geq 1$). De afstand tussen A en B is L en de snelheid van de cilinder is βc. Een lichtsignaal vertrekt uit A, doorkruist de bewegende glascilinder en arriveert in B.



De snelheid van het licht in glas in rust bedraagt $\frac{c}{n}$. In het stelsel S van de vacuümbuis geven we de reistijd voor het licht van A naar B aan met T.

a. Hoe groot is T voor $n = 1$?
b. Hoe groot is T voor $\beta = 0$?

In het stelsel S vertrekt op een zeker tijdstip $t_A > 0$ vanuit de oorsprong A ($x_A = 0$) het lichtsignaal dat de achterkant van de bewegende glascilinder treft op tijdstip t_{in} ter plaatse x_{in} en daarna de voorkant weer verlaat op tijdstip t_{uit} ter plaatse x_{uit}. Het lichtsignaal arriveert op tijdstip t_B in punt B met $x_B = L$. De situatie is zo, dat geldt $t_{uit} < t_B$.

Het stelsel S' is het ruststelsel van de glascilinder met de achterkant van de glascilinder als oorsprong. De oorsprongen van S en S' passeren elkaar op $t' = 0 = t$.
In stelsel S' gaat het lichtsignaal de cilinder binnen op tijdstip t'_{in}, ter plaatse $x'_{in} = 0$ en verlaat de cilinder op tijdstip t'_{uit}, ter plaatse $x'_{uit} = d_o$.

c. Bepaal de grootte van $(t'_{uit} - t'_{in})$ in stelsel S'.
d. Toon aan dat geldt: $t_{uit} - t_{in} = \frac{nd_0}{c}\gamma\left(1 + \frac{\beta}{n}\right)$.
e. Bepaal $\frac{x_{uit}-x_{in}}{t_{uit}-t_{in}}$
f. Leid tenslotte af dat geldt: $T = \frac{L}{c} + (n-1)\frac{d_0}{c}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$.

Opgave 10. Een bal de lucht in (3 pt)

Een bal met massa $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ en een diameter $d = 0{,}10\ \mathrm{m}$ rolt in eerste instantie zonder slippen over een horizontaal vlak met een snelheid $v_0 = 3{,}5\ \mathrm{m/s}$. De bal rolt een baan op, die een kwart cirkel is met een straal van $R = 0{,}65\ \mathrm{m}$ en schiet dan verticaal de lucht in.

► Bepaal de maximale hoogte ten opzichte van de grond die de bal bereikt.