

De 38e Internationale Natuurkunde Olympiade
Iran
Theorie-toets
Zondag 15 juli 2007

Lees dit eerst!

1. Voor de theorie toets is 5 uur beschikbaar. Er zijn 3 vraagstukken die elk **10 punten** waard zijn.
2. Gebruik uitsluitend de door de organisatie ter beschikking gestelde pen.
3. Er liggen drie gekleurde mappen in een enveloppe op je tafel. Elke map bevat een aantal opgavebladen, die met Q zijn gelabeld, een aantal antwoordbladen met label A en een aantal uitwerkbladen met het label W. Alle papieren in een map hebben dezelfde kleur als de map.
4. Gebruik de gegeven antwoordbladen (A) om je antwoorden in te vullen. De uitwerkbladen (W) gebruik je om je oplossingen uit te werken. Numerieke resultaten moeten gegeven worden in het aantal significante cijfers dat bij de gegevens past. **Vergeet de eenheden niet!**
5. Op de uitwerkbladen moet je uiteraard alles schrijven waarvan je denkt dat het belangrijk is voor het oplossen van het vraagstuk en dat je wil laten meetellen in de beoordeling. Gebruik echter zoveel mogelijk vergelijkingen, numerieke waarden, tekeningen en grafieken. Gebruik dus *zo weinig mogelijk tekst*.
6. Beschrijf uitsluitend de voorkant van het papier.
7. Bovenaan elk antwoordblad MOET je je **Student Code** invullen. Vul tevens op de uitwerkbladen in het paginanummer en het totaal aantal uitwerkbladen dat je hebt gebruikt en dat nagekeken moet worden. Het is handig als je aan het begin van elk blad het nummer en het onderdeel van de vraag noteert waarmee je bezig bent. Zet een kruis door alle andere beschreven bladen die niet nagekeken hoeven te worden. Neem deze bladen ook niet op in de nummering van de bladen.
8. Leg aan het eind alle bladen in de *juiste volgorde* in de mappen.
 - **per kleur** eerst de antwoordbladen in de rechterkant,
 - daarna de *beschreven bladen* die nagekeken moeten worden in de goede volgorde en
 - dan de bladen die niet nagekeken hoeven te worden.
 - Stop de ongebruikte bladen en de opgaven (Q) in de linkerkant van de envelop.Stop alle papieren met dezelfde kleur in de map met dezelfde kleur, stop de drie mappen in de envelop en laat alles op je tafel achter. Je mag **geen enkel blad meenemen**.

De 38e Internationale Natuurkunde Olympiade

Iran

Theorie-toets

Zondag 15 juli 2007

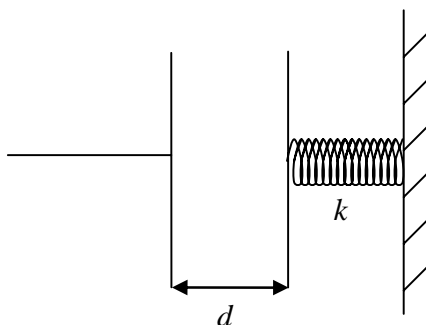
1. Deze map bevat 4 opgavebladen die met een **Q** gemerkt zijn en 3 antwoordbladen met een label **A**, alsmede een aantal uitwerkbladen met label **W**
2. Dit is de oranje opgave. Schrijf de antwoorden dus op oranje bladen en leg dan alle oranje bladen in deze map inde goede volgorde.
Plaats de antwoordbladen (**A**) eerst in de rechterkant, daarna de uitwerkbladen (**W**) die je gebruikt hebt om te antwoorden in de goede volgorde en daarna de uitwerkbladen (**W**) die je niet beoordeeld wilt hebben. Plaats ongebruikte bladen en de opgavebladen in de linkerkant. Stop uiteindelijk alle drie de mappen in de enveloppe.

Oranje opgave

In dit probleem kijken we naar een vereenvoudigd model van een acceleratiemeter (versnellingsmeter) dat ontworpen is om het veiligheidssysteem van airbags gedurende een botsing te activeren. We willen graag een elektromechanisch systeem bouwen zodat wanneer de versnelling een bepaalde limiet overschrijdt, één van de elektrische parameters (zoals de potentiaal op een bepaalde plaats in de schakeling) een drempelwaarde overschrijdt en als gevolg daarvan de airbag wordt geactiveerd.

Opmerking: hou in deze opgave geen rekening met de zwaartekracht.

- 1** Beschouw een condensator met parallelle platen zoals getekend in figuur 1. De oppervlakte van elke plaat is gelijk aan A en de afstand tussen de twee platen is gelijk aan d . De afstand tussen de twee platen is veel kleiner dan de afmetingen van de platen. Eén van de platen staat via een veer met veerconstante k met een muur in verbinding en de andere plaat staat vast. Als de afstand tussen de platen gelijk is aan d dan is de veer noch ingedrukt noch uitgerekt, zodat er in deze toestand geen kracht op de veer wordt uitgeoefend. Neem aan dat de permittiviteit van de lucht tussen de platen gelijk is aan de permittiviteit van vacuüm ϵ_0 . De capaciteit van de condensator die overeenkomt met deze afstand is gelijk aan $C_0 = \epsilon_0 A / d$. We plaatsen ladingen $+Q$ en $-Q$ op deze platen en laten het systeem in mechanisch evenwicht komen..



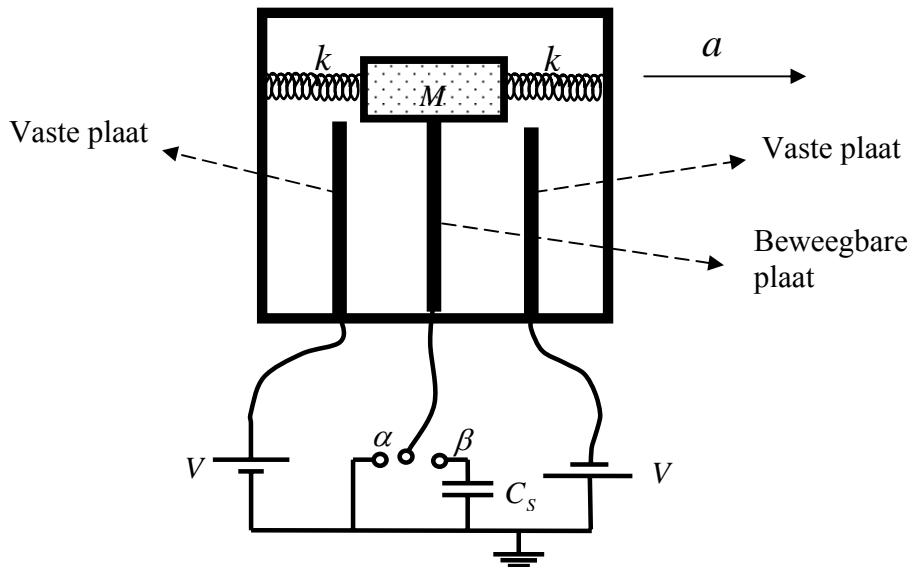
Figuur 1

1.1	Bepaal de elektrische kracht, F_E , die de platen op elkaar uitoefenen.	0.8
1.2	Laat x de verplaatsing zijn van de beweegbare plaat. Bereken x .	0.6
1.3	Bepaal in deze toestand het elektrische potentiaalverschil V tussen de platen van de condensator? Geef je antwoord in termen van Q , A , d en k .	0.4
1.4	Stel C gelijk aan de capaciteit van de condensator, gedefinieerd als de verhouding tussen de lading en het potentiaalverschil. Geef C/C_0 als een functie van Q , A , d en k .	0.3
1.5	Bepaal de totale energie, U , opgeslagen in het systeem als functie van Q , A , d en k ?	0.6

Figuur 2 laat een massa M zien die verbonden is aan een geleidende plaat met verwaarloosbare massa en ook aan twee veren met dezelfde veerconstante k . De geleidende plaat kan vrij heen en weer bewegen in de ruimte tussen de twee vastgezette platen. Alle platen zijn gelijkwaardig en hebben dezelfde oppervlakte A . Deze drie platen vormen dus twee condensatoren. Zoals in

Oranje opgave

figuur 2 te zien is, zijn de twee vastgezette platen verbonden met potentialen V en $-V$, en de middelste plaat is via een twee-toestand schakelaar verbonden met de aarde. De draad die verbonden is met de beweegbare plaat hindert de beweging van de plaat niet en de drie platen blijven altijd parallel. Als het gehele systeem niet versneld wordt is de afstand van de beweegbare plaat tot beide platen gelijk aan d die veel kleiner is dan de afmetingen van de platen. De dikte van de beweegbare plaat mag worden verwaarloosd.



Figuur 2

De schakelaar kan of in toestand α of in toestand β staan. Neem aan dat het condensator systeem met de auto mee wordt versneld en dat deze versnelling constant is. Neem ook aan dat gedurende deze constante versnelling de veer niet trilt en dat alle componenten van het systeem in hun evenwichtstoestanden zijn, dat wil zeggen dat ze niet ten opzichte van elkaar bewegen en dus ook niet ten opzichte van de auto.

Ten gevolge van de versnelling zal de beweegbare plaat zich een zekere afstand x ten opzichte van het midden van de twee vaste platen verschuiven.

2 Bekijk het geval waarbij de schakelaar in toestand α geplaatst is, dit betekent dat de beweegbare plaat met een draad verbonden is met de aarde.

2.1	Bepaal de lading op elke condensator als functie van de verplaatsing x .	0.4
2.2	Bepaal de netto elektrische krachtwerking F_E op de beweegbare plaat, als functie van de verplaatsing x .	0.4
2.3	Neem aan dat $d \gg x$ en dat termen van orde x^2 verwaarloosd kunnen worden ten opzichte van termen van orde d^2 . Vereenvoudig hiermee het antwoord dat je in het vorige onderdeel gevonden hebt.	0.2
2.4	Schrijf de totale kracht op de beweegbare platen, (de som van de elektrische kracht en de krachten van de veren) als $F_{tot} = -k_{eff} x$ en geef de uitdrukking voor k_{eff} .	0.7

Oranje opgave

2.5	Druk de constante versnelling a uit als functie van de verplaatsing x .	0.4
-----	---	-----

- 3** Neem nu aan dat de schakelaar in toestand β geplaatst is, dit betekent dat de beweegbare plaat geaard is via een condensator, waarvan de capaciteit C_s is (er is in het begin geen lading op de condensatoren). Indien de beweegbare plaat over een afstand x vanuit haar centrale positie wordt verplaatst,

3.1	Bepaal dan het elektrische potentiaalverschil V_s over de condensator C_s als functie van x .	1.5
-----	---	-----

3.2	Neem opnieuw aan dat $d \gg x$ en dat termen in orde van x^2 verwaarloosd kunnen worden ten opzichte van termen in orde van d^2 . Vereenvoudig hiermee het antwoord dat je in het vorige onderdeel gevonden hebt.	0.2
-----	---	-----

- 4** We willen de parameters in het probleem zo instellen dat de airbag niet geactiveerd wordt tijdens normaal remmen, maar wel vlug opent tijdens een botsing. Zo wordt voorkomen dat het hoofd van de bestuurder botst met het stuurwiel of de voorruit. Zoals aangegeven in deel 2 kan de kracht van de veren en van de ladingen op de beweegbare plaat voorgesteld worden als een veer met een effectieve veerconstante k_{eff} . Het totale systeem van condensatoren is analoog met een massa-veer systeem met massa M en veerconstante k_{eff} onder invloed van een constante versnelling a , die in het probleem overeenkomt met de versnelling van de auto.

Opmerking: In het vervolg van het probleem geldt de veronderstelling niet meer dat de massa en de veer in evenwicht zijn bij een constante versnelling. Hierdoor staan de massa en de veren niet meer stil ten opzichte van de auto.

Verwaarloos de wrijving en gebruik de volgende numerieke waarden:

$$d = 1.0 \text{ cm}, \quad A = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \quad k = 4.2 \times 10^3 \text{ N/m}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \\ V = 12 \text{ V}, \quad M = 0.15 \text{ kg}.$$

4.1	Gebruik de gegevens om de waarde van de verhouding van de elektrische kracht die je in deel 2.3 berekend hebt, tot de veerkracht te berekenen en toon aan dat de elektrische kracht te verwaarlozen is in vergelijking met de veerkracht.	0.6
-----	---	-----

Alhoewel we de elektrische kracht niet hebben berekend voor de toestand β , kunnen we op soortgelijke manier aantonen dat de elektrische krachten klein zijn en verwaarloosd mogen worden.

4.2	De auto beweegt met een constante snelheid en remt dan plotseling met een constante versnelling a . Bepaal dan de maximale verplaatsing van de beweegbare plaat. Druk je antwoord uit in de parameters.	0.6
-----	---	-----

Stel dat de schakelaar gesloten is zodat het systeem zich in toestand β bevindt en dat het systeem zo ontworpen is dat wanneer de spanning over de condensator gelijk is aan $V_s = 0,15 \text{ V}$ de airbag geactiveerd wordt. De airbag mag niet geactiveerd worden tijdens het normale remmen waarbij de versnelling van de auto kleiner is dan de gravitatieversnelling $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, erboven wel.

Oranje opgave

4.3	Hoe groot moet de waarde van C_s zijn om te voldoen aan deze voorwaarde?	0.6
-----	--	-----

We willen verder uitzoeken of de airbag op tijd wordt geactiveerd om te voorkomen dat het hoofd van de bestuurder tegen de voorruit of het stuurwiel botst. Neem aan dat door de botsing de auto een vertraging van g ondervindt maar dat het hoofd van de bestuurder verder beweegt met constante snelheid.

4.4	Maak een schatting van de afstand tussen het hoofd van de bestuurder en het stuurwiel. Bereken de tijd t_1 die het hoofd van de bestuurder nodig heeft om tegen het stuurwiel te botsen.	0.8
-----	--	-----

4.5	Bereken de tijdsduur t_2 tot de airbag wordt geactiveerd en vergelijk deze waarde met de waarde t_1 . Veronderstel hierbij dat de airbag instantaan opent.	0.9
-----	--	-----

Oranje opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	1	3

Deel 1

Sectie	Antwoord	Punten
1.1	$F_E =$	0.8
1.2	$x =$	0.6
1.3	$V =$	0.4
1.4	$\frac{C}{C_0} =$	0.3
1.5	$U =$	0.6

Oranje opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	2	3

Deel 2

Sectie	Antwoord	Punten
2.1	$Q_1 =$ $Q_2 =$	0.4
2.2	$F_E =$	0.4
2.3	$F_E =$	0.2
2.4	$k_{eff} =$	0.7
2.5	$a =$	0.4

Deel 3

Sectie	Antwoord	Punten
3.1	$V_S =$	1.5
3.2	$V_S =$	0.2

Oranje opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	3	3

Deel 4

Sectie	Antwoord	Punten
4.1	$\frac{\text{Elektrische Kracht}}{\text{Mechanische Kracht}} =$	0.6
4.2	Maximale verplaatsing =	0.6
4.3	$C_s =$	0.6
4.4	$t_1 =$	0.8
4.5	$t_2 =$ Ja <input type="checkbox"/> Nee <input type="checkbox"/>	0.9

De 38e Internationale Natuurkunde Olympiade

Iran

Theorie-toets

Zondag 15 juli 2007

1. Deze map bevat 3 opgavebladen die met een **Q** gemerkt zijn en 3 antwoordbladen met een label **A**, alsmede een aantal uitwerkbladen met label **W**
2. Dit is de blauwe opgave. Schrijf de antwoorden dus op blauwe bladen en leg dan alle blauwe bladen in deze map in de goede volgorde.
Plaats de antwoordbladen (**A**) eerst in de rechterkant, daarna de uitwerkbladen (**W**) die je gebruikt hebt om te antwoorden in de goede volgorde en daarna de uitwerkbladen (**W**) die je niet beoordeeld wilt hebben. Plaats ongebruikte bladen en de opgavebladen in de linkerkant. Stop uiteindelijk alle drie de mappen in de enveloppe.

Blauwe opgave

In de natuurkunde moeten in een vergelijking altijd beide kanten van de vergelijking van hetzelfde 'type' zijn, dat wil zeggen dat ze dezelfde eenheid moeten hebben. Je kan bijvoorbeeld geen vergelijking hebben waar de linkerkant van de vergelijking een lengte representeert en de rechterkant een tijdsinterval. Door deze eigenschap te gebruiken kan men soms bijna de vorm van een natuurkundige relatie afleiden, zonder diep analytisch op het probleem in te gaan. Als we bijvoorbeeld willen weten hoe lang het duurt voordat een voorwerp van een hoogte h met versnelling g naar beneden valt, dan kun je beargumenteren dat voor het tijdsinterval we alleen h en g nodig hebben en de enige manier om dit te doen is $T = a(h/g)^{1/2}$, waarbij a een onbekende *dimensieloze* coëfficiënt is en daarom niet met deze methode bepaald kan worden. Deze coëfficiënt kan een getal zijn als 1, 1/2, $\sqrt{3}$, π of ieder ander reëel getal. Deze methode om natuurkundige relaties af te leiden noemen we *dimensie analyse*. In dimensie analyse zijn de dimensieloze constanten niet belangrijk en we hoeven deze dus niet op te schrijven. Gelukkig is namelijk in de meeste fysische problemen de orde van grootte van deze coëfficiënten gelijk aan 1 en door deze coëfficiënten te negeren blijft de orde van grootte van de natuurkundige grootheid gelijk. Daarom kunnen we door dimensie analyse te gebruiken concluderen dat $T = (h/g)^{1/2}$.

In het algemeen kan de dimensie van een fysische grootheid altijd geschreven worden in termen van vier fundamentele grootheden: M (massa), L (lengte), T (tijd) en K (temperatuur). De dimensies van een willekeurige grootheid x wordt genoteerd als $[x]$. Als voorbeeld de dimensies van de snelheid v , kinetische energie E_k en de warmtecapaciteit C_V :

$$[v] = LT^{-1}, [E_k] = ML^2T^{-2}, [C_V] = ML^2T^{-2}K^{-1}.$$

1 Fundamentele constanten en dimensie analyse

1.1	Geef de dimensies van de fundamentele constanten, dat wil zeggen, geef de dimensies van de constante van Planck (h), de snelheid van het licht (c), de universele gravitatieconstante (G) en de constante van Boltzmann (k_B), in termen van de dimensies van lengte, massa, tijd en temperatuur.	0.8
-----	---	-----

De wet van Stefan-Boltzmann stelt dat het stralingsvermogen van een zwart lichaam gelijk is aan de uitgestraalde energie per oppervlakte-eenheid en per tijdseenheid, gelijk is aan $\sigma\theta^4$ waarbij σ gelijk is aan de Stefan-Boltzmann constante en θ de absolute temperatuur van de zwarte straler is.

1.2	Bepaal de dimensies van de Stefan-Boltzmann constante in termen van de dimensies van lengte, massa, tijd en temperatuur.	0.5
-----	--	-----

De constante van Stefan-Boltzmann is geen fundamentele constante. Dat wil zeggen dat we de constante kunnen schrijven in termen van de fundamentele constanten, oftewel we kunnen $\sigma = ah^\alpha c^\beta G^\gamma k_B^\delta$ schrijven. In deze relatie is a een dimensieloze parameter van de orde 1. Zoals hiervoor al vermeld zijn we nu niet geïnteresseerd in de exacte waarde van a en daarom stellen we $a = 1$.

1.3	Bereken α , β , γ , en δ door gebruik te maken van dimensieanalyse.	1.0
-----	--	-----

Blauwe opgave

2 Fysica van zwarte gaten

In dit deel van het probleem willen we enkele eigenschappen van zwarte gaten bepalen met behulp van dimensieanalyse. Volgens het zogenaamde *no hair theorem* zijn alle eigenschappen van een zwart gat die in dit vraagstuk worden behandeld enkel afhankelijk van de massa van het zwarte gat. Een karakteristieke eigenschap van een zwart gat is de oppervlakte van zijn *event horizon*. We kunnen ruwweg zeggen dat de *event horizon* gelijk is aan de grens van het zwarte gat. Binnen deze grens is de gravitatie zo groot dat zelfs licht er niet aan kan ontsnappen.

We zoeken een relatie tussen de massa m van het zwart gat en de oppervlakte A van zijn event horizon. Deze oppervlakte hangt af van de massa van het zwart gat, de lichtsnelheid en de universele gravitatieconstante.

Zoals in 1.3 schrijven we $A = G^\alpha c^\beta m^\gamma$.

2.1	Gebruik dimensie analyse om de waarden van α , β en γ te bepalen.	0.8
-----	---	-----

Volgens het resultaat van 2.1 is het duidelijk dat de oppervlakte van de event horizon toeneemt als zijn massa toeneemt. Volgens het klassieke standpunt kan niets ontsnappen uit het zwarte gat en daarom zal in alle fysische processen de oppervlakte van de event horizon enkel toenemen. Naar analogie met de tweede hoofdwet van de thermodynamica stelde Bekenstein dat de entropie S van een zwart gat evenredig zou zijn met de oppervlakte van zijn event horizon. Dat wil zeggen: $S = \eta A$. Deze veronderstelling wordt versterkt door nog andere argumenten.

2.2	Gebruik de thermodynamische definitie van de entropie $dS = dQ/\theta$ om de dimensie van entropie te bepalen. dQ is gelijk aan de uitgewisselde thermische energie en θ is de absolute temperatuur van het systeem.	0.2
-----	---	-----

2.3	Zoals in 1.3, druk de dimensiecoëfficiënt η uit als functie van de fundamentele constanten h , c , G , en k_B .	1.1
-----	--	-----

Let op: Gebruik geen dimensie analyse voor de rest van de opgave, je mag wel de resultaten die je in vorige onderdelen hebt gevonden gebruiken.

3 Hawking Straling

Met een semi-kwantummechanische benadering beargumenteerde Hawking dat in tegenstelling tot wat de klassieke mechanica stelt, zwarte gaten op een gelijke manier als een zwart lichaam straling uitzenden met een temperatuur die de *Hawking temperatuur* wordt genoemd.

3.1	Druk de Hawking temperatuur θ_H van een zwart gat uit in termen van haar massa en de fundamentele constanten. Maak hierbij gebruik van de formule $E = mc^2$, die de energie van een zwart gat in termen van haar massa geeft, en de wetten van de thermodynamica. Neem aan dat het zwarte gat geen arbeid verricht op haar omgeving.	0.8
-----	---	-----

Blauwe opgave

3.2	De massa van een alleenstaand zwart gat zal dus veranderen vanwege de Hawking straling. Maak gebruik van de wet van Stefan-Boltzmann en de Hawking temperatuur θ_H om de afhankelijkheid van de hiervoor genoemde verandering per tijdseenheid uit te drukken in termen van de massa van het zwarte gat en de fundamentele constanten.	0.7
3.3	Bereken de tijdsduur t^* , die een alleenstaand zwart gat met massa m nodig heeft om volledig te verdampen, anders gezegd om haar massa volledig uit te stralen.	1.1

Vanuit thermodynamisch oogpunt vertonen zwarte gaten een ongewoon gedrag. Bijvoorbeeld is de warmtecapaciteit van een zwart gat negatief.

3.4	Bepaal de warmtecapaciteit van een zwart gat met massa m .	0.6
-----	--	-----

4 Zwarte Gaten en de Kosmische Achtergrondstraling

Neem een zwart gat dat wordt blootgesteld aan kosmische achtergrondstraling. Kosmische achtergrondstraling is straling van een zwart lichaam met temperatuur θ_B , die het gehele universum vult. Een object met een totale oppervlakte A zal dus een hoeveelheid straling opvangen die per tijdseenheid gelijk is aan $\sigma \theta_B^4 A$. Een zwart gat zal daarom energie verliezen vanwege de Hawking straling, maar ook energie opvangen vanwege de kosmische achtergrondstraling.

4.1	Bepaal de verandering van de massa per tijdseenheid van een zwart gat, in termen van de massa van het zwarte gat, de temperatuur van de achtergrondstraling, en de fundamentele constanten.	0.8
4.2	Bij een bepaalde massa m^* zal deze verandering per tijdseenheid verdwijnen. Bepaal de massa m^* en druk die uit in termen van θ_B en de fundamentele constanten.	0.4
4.3	Gebruik het antwoord van 4.2 voor een substitutie van θ_B in het antwoord gevonden in 4.1. Druk de verandering van de massa per tijdseenheid uit in termen van m , m^* , en de fundamentele constanten.	0.2
4.4	Bepaal de Hawking temperatuur van een zwart gat in het geval van thermisch evenwicht met de kosmische achtergrondstraling.	0.4
4.5	Is er sprake van een stabiel of instabiel (labiel) evenwicht? Verklaar je antwoord (doe dat met behulp van een wiskundige verklaring).	0.6

Blauwe opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	1	3

Deel 1

Onderdeel	Antwoord	Punten
1.1	$[h] =$ $[c] =$ $[G] =$ $[k_B] =$	0.8
1.2	$[\sigma] =$	0.5
1.3	$\alpha =$ $\beta =$ $\gamma =$ $\delta =$	1.0

Blauwe opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	2	3

Deel 2

Onderdeel	Antwoord	Punten
2.1	$\alpha =$ $\beta =$ $\gamma =$	0.8
2.2	$[S] =$	0.2
2.3	$\eta =$	1.1

Deel 3

Onderdeel	Antwoord	Punten
3.1	$\theta_H =$	0.8
3.2	$\frac{dm}{dt} =$	0.7
3.3	$t^* =$	1.1
3.4	$C_V =$	0.6

Blauwe opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	3	3

Deel 4

Onderdeel	Antwoord	Punten
4.1	$\frac{dm}{dt} =$	0.8
4.2	$m^* =$	0.4
4.3	$\frac{dm}{dt} =$	0.2
4.4	$\theta_H =$	0.4
4.5	Stabiel <input type="checkbox"/> Instabiel <input type="checkbox"/>	0.6

De 38e Internationale Natuurkunde Olympiade

Iran

Theorie-toets

Zondag 15 juli 2007

1. Deze map bevat 4 opgavebladen die met een **Q** gemerkt zijn en 2 antwoordbladen met een label **A**, alsmede een aantal uitwerkbladen met label **W**
2. Dit is de roze opgave. Schrijf de antwoorden dus op roze bladen en leg dan alle roze bladen in deze map in de goede volgorde.
Plaats de antwoordbladen (**A**) eerst in de rechterkant, daarna de uitwerkbladen (**W**) die je gebruikt hebt om te antwoorden in de goede volgorde en daarna de uitwerkbladen (**W**) die je niet beoordeeld wilt hebben. Plaats ongebruikte bladen en de opgavebladen in de linkerkant. Stop uiteindelijk alle drie de mappen in de enveloppe.

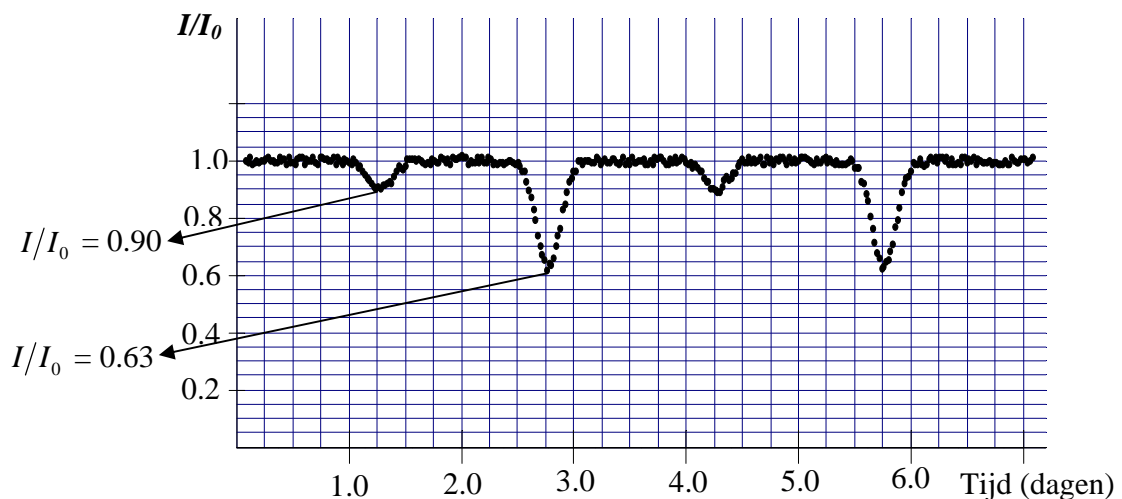
Roze opgave

Twee sterren die om een gemeenschappelijk zwaartepunt (massamiddelpunt) bewegen vormen een binair sterrenstelsel. Bijna de helft van de sterren in ons sterrenstelsel bevindt zich in zo'n binair sterrenstelsel. Bij de meeste van deze sterren is het moeilijk waar te nemen dat deze sterren een binair sterrenstelsel vormen, omdat de afstand tussen de twee sterren veel kleiner is dan de afstand tot ons waardoor telescopen de sterren niet kunnen onderscheiden. Daarom moeten we fotometrie of spectrometrie gebruiken om de variaties in de intensiteit of het spectrum van een bepaalde ster te bepalen en zo uit te zoeken of een systeem binair is of niet.

Fotometrie van binaire sterstelsels

Als de aarde zich exact in het vlak bevindt waarin de twee sterren zich bewegen, dan zal één ster de andere ster op zekere momenten verduisteren en de intensiteit van het hele systeem zal vanaf de aarde gezien met de tijd variëren. Deze binaire systemen worden *ecliptische binaire systemen* genoemd.

1. Neem aan dat twee sterren in cirkelbanen om hun gemeenschappelijke zwaartepunt bewegen met constante hoeksnelheid ω en dat we ons exact in het vlak van beweging van het binaire systeem bevinden. Neem ook aan dat de oppervlaktetemperaturen van de sterren gelijk zijn aan T_1 en T_2 ($T_1 > T_2$) en dat de stralen respectievelijk gelijk zijn aan R_1 en R_2 ($R_1 > R_2$). In figuur 1 is de totale intensiteit, zoals vanaf de aarde gemeten, uitgezet als functie van de tijd. Nauwkeurige metingen laten zien dat de intensiteiten van het invallend licht bij de minima gelijk zijn aan respectievelijk 90 en 63 procent van de maximum intensiteit, I_0 , die van beide sterren gezamenlijk wordt ontvangen ($I_0 = 4.8 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$). De verticale as van figuur 1 laat de verhouding I/I_0 zien. Op de horizontale as staat de tijd uitgedrukt in dagen.



Figuur 1. De relatieve intensiteit van het binaire sterrenstelsel als functie van de tijd. De verticale as is genormeerd met $I_0 = 4.8 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$. De tijd wordt uitgedrukt in dagen.

Roze opgave

1.1	Geef de periode van deze baanbeweging. Geef je antwoord in seconde en met twee significante cijfers. Wat is de hoeksnelheid van het systeem in rad/s ?	0.8
-----	---	-----

Bij goede benadering is de ontvangen straling van de ster gelijk aan de zwarte lichaam straling van een schijf met uniforme temperatuur, waarbij de straal van de schijf gelijk is aan de straal van de ster. Daarom is het vermogen ontvangen van de ster evenredig met AT^4 waar A de oppervlakte van de schijf is en T de oppervlaktetemperatuur van de ster.

1.2	Gebruik figuur 1 om de verhoudingen te berekenen van T_1/T_2 en ook van R_1/R_2 .	1.6
-----	---	-----

Spectrometrie van Binaire Systemen

In deze sectie zullen we de astronomische eigenschappen van de binaire ster berekenen, door experimentele spectrometrische data van het binaire systeem te gebruiken.

Atomen absorberen of zenden straling uit bij karakteristieke golflengten. Daarom heeft het spectrum van de ster *absorptielijnen* van de atomen in de atmosfeer van de ster. Natrium heeft een karakteristieke gele lijn in het spectrum (de zogenaamde D₁ lijn) die een golflengte heeft van 5895.9 Å (10 Å = 1 nm). We bestuderen het absorptiespectrum van atomair natrium bij deze golflengte van het binaire systeem van de vorige sectie. Het spectrum van het licht dat we van de binaire ster ontvangen is dopplerverschoven, omdat de sterren ten opzichte van de aarde bewegen. Elke ster beweegt met een andere snelheid. Dit betekent dat de grootte van de verschuiving bij elke ster anders is. Zeer nauwkeurige golflengte metingen zijn nodig om de dopplerverschuiving te kunnen waarnemen, omdat de snelheid van de sterren veel kleiner is dan de snelheid van het licht. De snelheid van het massamiddelpunt van het binaire systeem is veel kleiner dan de baansnelheid van de sterren en de snelheid van het massamiddelpunt mag daarom gelijk aan nul worden verondersteld. Daarom kunnen de dopplerverschuivingen volledig toegeschreven worden aan de baansnelheid van de sterren. Tabel 1 toont de gemeten spectra van het binaire systeem dat we bekeken hebben.

Tabel 1: Absorptie spectrum van de natrium D₁ lijn van het binaire sterrenstelsel

t/dagen	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4
λ_1 (Å)	5897.5	5897.7	5897.2	5896.2	5895.1	5894.3	5894.1	5894.6
λ_2 (Å)	5893.1	5892.8	5893.7	5896.2	5897.3	5898.7	5899.0	5898.1
t/dagen	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8
λ_1 (Å)	5895.6	5896.7	5897.3	5897.7	5897.2	5896.2	5895.0	5894.3
λ_2 (Å)	5896.4	5894.5	5893.1	5892.8	5893.7	5896.2	5897.4	5898.7

Roze opgave

2. Gebruik tabel 1,

2.1	Noem de baansnelheid van elke ster respectievelijk v_1 en v_2 . Bereken v_1 en v_2 . De lichtsnelheid bedraagt $c = 3.0 \times 10^8$ m/s. Verwaarloos alle relativistische effecten.	1.8
2.2	Bereken de verhouding van de massa van de sterren (m_1/m_2).	0.7
2.3	Noem de afstanden van de sterren tot het zwaartepunt r_1 en r_2 . Bereken r_1 en r_2 .	0.8
2.4	Noem de afstand tussen de sterren r . Bereken r .	0.2

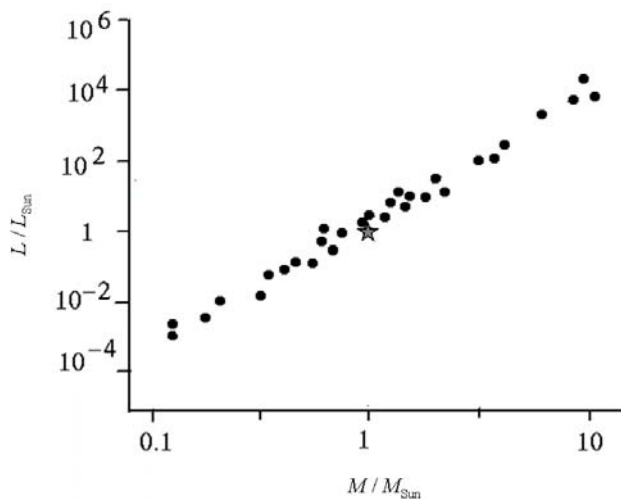
3. De gravitatiekracht is de enige kracht die de sterren op elkaar uitoefenen.

3.1	Bereken de massa van elke ster tot op één significant cijfer. De universele gravitatie constante $G = 6.7 \times 10^{-11}$ m ³ kg ⁻¹ s ⁻² .	1.2
-----	---	-----

Algemene eigenschappen van sterren

4. De meeste sterren produceren energie volgens eenzelfde mechanisme waardoor er een empirische relatie bestaat tussen de massa M en de helderheid L , die gelijk is aan het totale uitgestraalde vermogen van de ster.

Deze relatie kan geschreven als $L/L_{Zon} = (M/M_{Zon})^\alpha$ met $M_{Zon} = 2.0 \times 10^{30}$ kg is de massa van de zon en $L_{Zon} = 3.9 \times 10^{26}$ W is het uitgestraalde vermogen van de zon. De relatie wordt getoond in het log-log-diagram van figuur 2.



Figuur 2. Het uitgestraald vermogen van een ster als functie van zijn massa varieert als een machtsfunctie. Het diagram is log-log. De ster in de figuur komt overeen met de zon met een massa van 2.0×10^{30} kg en een helderheid van 3.9×10^{26} W.

Roze opgave

4.1	Bepaal de waarde van α met één significant cijfer.	0.6
4.2	Het uitgestraald vermogen van de sterren in het bestudeerde binair systeem wordt voorgesteld door respectievelijk L_1 en L_2 . Bepaal de waarden van L_1 and L_2 .	0.6
4.3	Hoe groot is de afstand d , van het binair-systeem tot de aarde uitgedrukt in lichtjaar? Om deze afstand te bepalen kan je gebruik maken van Figuur 1. Eén lichtjaar is gelijk aan de afstand afgelegd door het licht in één jaar.	0.9
4.4	Hoe groot is de maximale hoek θ tussen de twee sterren gezien vanaf de aarde?	0.4
4.5	Hoe groot is de minimale diameter D voor een optische telescoop zodanig dat de twee sterren nog gescheiden kunnen worden waargenomen?	0.4

Roze opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	1	2

Deel 1

Onderdeel	Antwoord	Punten
1.1	$T =$ $\omega =$	0.8
1.2	$\frac{T_1}{T_2} =$ $\frac{R_1}{R_2} =$	1.6

Deel 2

Onderdeel	Antwoord	Punten
2.1	$v_1 =$ $v_2 =$	1.8
2.2	$\frac{m_1}{m_2} =$	0.7
2.3	$r_1 =$ $r_2 =$	0.8
2.4	$r =$	0.2

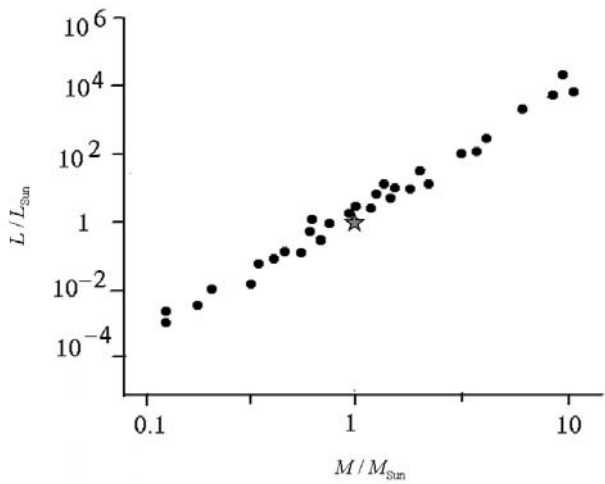
Roze opgave

Student code	Page No.	Total No. Of Pages
	2	2

Deel 3

Onderdeel	Antwoord	Punten
3.1	$m_1 =$ $m_2 =$	1.2

Deel 4

Onderdeel	Antwoord	Punten
4.1	 <p style="text-align: center;">$\alpha =$</p>	0.6
4.2	$L_1 =$ $L_2 =$	0.6
4.3	$d =$	0.9
4.4	$\theta =$	0.4
4.5	$D =$	0.4