

IPhO 2010
De 41st International Physics Olympiad
Croatia
Theoretische toets
Maandag, 19 July 2010

Lees dit eerst:

1. Voor de theorie toets is 5 uur beschikbaar.
2. Gebruik uitsluitend de door de organisatie ter beschikking gestelde pen.
3. Gebruik alleen de voorkant van de vellen papier.
4. Gebruik voor je berekeningen alleen de ter beschikking gestelde rekenmachine.
5. Let op dat elk vraagstuk zijn eigen kleur heeft. Vraagstuk 1 is rood, vraagstuk 2 is blauw en vraagstuk 3 is geel.
6. Elk vraagstuk staat op een vragenformulier, met een Q in de linkerbovenhoek.
7. Je *moet* de antwoorden die je hebt gevonden samenvatten op het antwoordblad, gemarkeerd met een A in de links boven..
8. Verder is er een set extra werkbladen, gemarkeerd met een W links boven, waarop je je berekeningen kunt schrijven. Numerieke antwoorden moeten geschreven worden met zoveel significante cijfers als gevraagd wordt.
9. Schrijf op de werkbladen alles waarvan je denkt dat nodig is voor de oplossing van het vraagstuk.wat je nodig acht. Gebruik zo weinig mogelijk tekst als mogelijk is en gebruik vooral vergelijkingen, figuren, getallen en grafieken
10. Voor elk probleem en elk van de bladen (vraagblad, antwoordblad en werkblad) vul je bovenaan elk blad dat je gebruikt je studentnummer, het paginanummer en het totaal aantal gebruikte pagina's in Zet een kruis door alle andere beschreven bladen die niet nagekeken hoeven te worden. Neem deze bladen ook niet op in de nummering van de bladen..
11. Leg aan het einde alle bladen in de juiste volgorde in de mappen.
 - Per kleur eerst de antwoordebladen
 - Daarna de beschreven bladen die nagekeken moeten worden in de goede volgorde.
 - Dan de bladen die niet nagekeken hoeven te worden. (gemerkt met een groot kruis).
 - Ongebruikte werkbladen
 - En de opgavenbladen.

Stop alle papieren met dezelfde kleur in de map met dezelfde kleur, en laat alles op je tafel achter. Je mag geen enkel blad meenemen, ook de rekenmachine niet.

1. Het beeld van een lading in een metalen voorwerp

Inleiding - De methode van de spiegeling

Een puntlading is geplaatst vlakbij een geaarde metalen bol met straal R [zie Figuur 1(a)], waardoor er een oppervlaktelading wordt geïnduceerd op de bol. Het berekenen van het elektrisch veld en de potentiaal van de verdeling van de oppervlaktelading is een enorme klus. Echter, de berekening kan aanzienlijk vereenvoudigd worden door het gebruik van de zogeheten methode van spiegeling. Met deze methode kan het elektrisch veld en de potentiaal van een ladingsverdeling over een bol voorgesteld worden door een elektrisch veld en potentiaal van een enkele puntlading q' in de bol.

Let op: het elektrisch veld van deze spiegellading q' geeft het elektrisch veld en de potentiaal alleen weer buiten de bol (inclusief zijn oppervlakte).

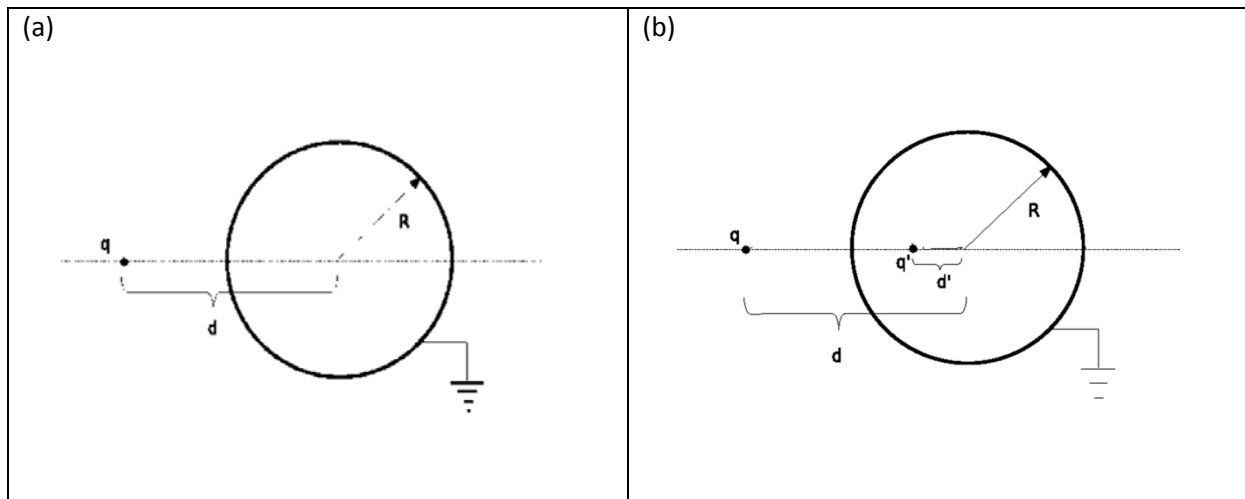


Fig. 1.(a) Een puntlading q in de nabijheid van een geaarde metalen bol. (b) Het elektrische veld van de geïnduceerde lading over de bol kan voorgesteld worden als het elektrische veld van een spiegellading q' .

Vraag 1- De spiegellading

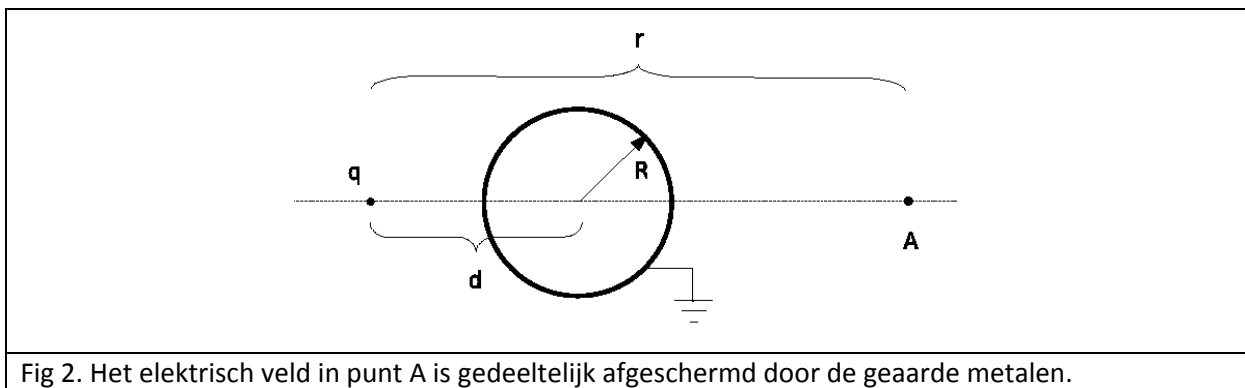
De symmetrie van het probleem schrijft voor dat de lading q' geplaatst zou moeten worden op de lijn die de verbinding vormt tussen de puntlading en het middelpunt van de bol [zie figuur 1(b)].

- Wat is de waarde van de potentiaal op de bol? (0.3 punten)
- Geef een uitdrukking voor de lading q' en voor de afstand d' van die lading q' tot het middelpunt van de bol, gebruik makend van q , d , en R . (1.9 punten)
- Geef een uitdrukking voor de kracht die op de lading q werkt. Is de kracht afstotend? (0.5 punten)

Vraag 2- Afscherming van een elektrisch veld

Beschouw een puntlading q op een afstand d van het middelpunt van een geaarde metalen bol met straal R . We willen weten wat de invloed is van de geaarde metalen bol op het elektrisch veld in punt A aan de andere kant van de bol (zie Figuur 2). Punt A ligt op de lijn die de verbinding vormt tussen de lading q en het middelpunt van de bol; de puntlading q ligt op een afstand r van punt A.

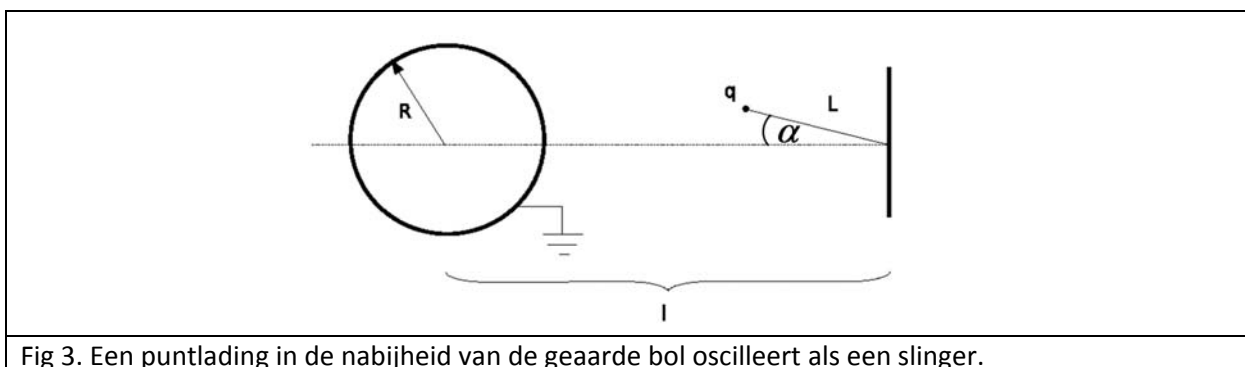
- Geef een uitdrukking voor de vector van het elektrisch veld in punt A. (0.6 punten)
- Geef de uitdrukking voor het elektrisch veld op een zeer grote afstand $r \gg d$, gebruik makend van de benadering $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$, als $a \ll 1$. (0.6 punten)
- In welke limiet van d schermt de geaarde metalen bol het veld van de lading q geheel af, zodat het elektrisch veld in punt A exact gelijk is aan nul? (0.3 punten)



Vraag 3- Kleine trillingen in het elektrisch veld van de geaarde metalen bol

In de nabijheid van de geaarde metalen bol is een puntlading q met massa m bevestigd aan een draad met lengte L die vastgemaakt is aan een muur. Verwaarloos alle elektrische effecten van de muur. De puntlading vormt een mathematische slinger [zie Figuur 3]. Het punt waarop de draad aan de muur is bevestigd ligt op een afstand l van het middelpunt van de bol. Veronderstel dat de zwaartekracht een verwaarloosbaar effect heeft.

- Geef een uitdrukking voor de grootte van de elektrische kracht die werkt op een puntlading q bij een gegeven hoek α en geef de richting in een duidelijke tekening weer. (0.8 punten)
- Bepaal de component van deze kracht loodrecht op de richting van de draad in termen van l , L , R , q en α . (0.8 punten)
- Bepaal de frequentie voor kleine trillingen van de slinger. (1.0 punten)



Vraag 4 - De elektrostatische energie van het systeem

Voor een elektrische ladingsverdeling is het belangrijk de elektrostatische energie van het systeem te kennen. In ons probleem [zie figuur 1(a)] is er een elektrostatische wisselwerking (interactie) tussen de uitwendige lading q en de op de bol geïnduceerde lading, en is er een elektrostatische wisselwerking tussen de geïnduceerde ladingen op de bol onderling.

Druk de volgende elektrostatische energieën uit in termen van lading q , straal van de bol R en de afstand d :

- de elektrostatische energie van de wisselwerking (interactie) tussen de lading q en de geïnduceerde ladingen op de bol (1.0 punten)
- de elektrostatische energie van de onderlinge wisselwerking tussen de geïnduceerde ladingen op de bol (1.2 punten)
- de totale elektrostatische energie van het systeem. (1.0 punten)

Hint: Er zijn meerdere mogelijkheden om dit probleem op te lossen:

(1) In één daarvan kun je de volgende integraal gebruiken,

$$\int_d^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}.$$

(2) In een andere oplossingsmethode kun je gebruik maken van het feit dat voor een verzameling van N ladingen q_i , gelocaliseerd op de punten $\vec{r}_i, i = 1, \dots, N$, de elektrische energie de som is over

alle paren of tweetallen ladingen:
$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}.$$

Beeld van een lading - Antwoordvellen

Country code	Student code

Belangrijk: laat het veld voor de points leeg voor de nakijkers!

vraag 1		Points
a)		
b)		
c)		
	Yes No	

A Answer sheets - Theoretical problem 1 - Image of a charge

2/3

Country code	Student code

Vraag 2		Points
a)		
b)		
c)		
Vraag 3		Points
a)		
b)		
c)		

A Answer sheets - Theoretical problem 1 - Image of a charge

3/3

Country code	Student code

Vraag 4		Points
a)		
b)		
c)		
Total:		

2. Natuurkunde van de schoorsteen

Inleiding

Gasvormige verbrandingsproducten worden in de atmosfeer met temperatuur T_{air} vrijgelaten via een hoge schoorsteen met doorsnede A en hoogte h (zie Figuur 1). De vaste stof wordt verbrand in de oven, die een temperatuur heeft van T_{smoke} . Het volume per tijdseenheid van de in de oven gevormde gassen is B .

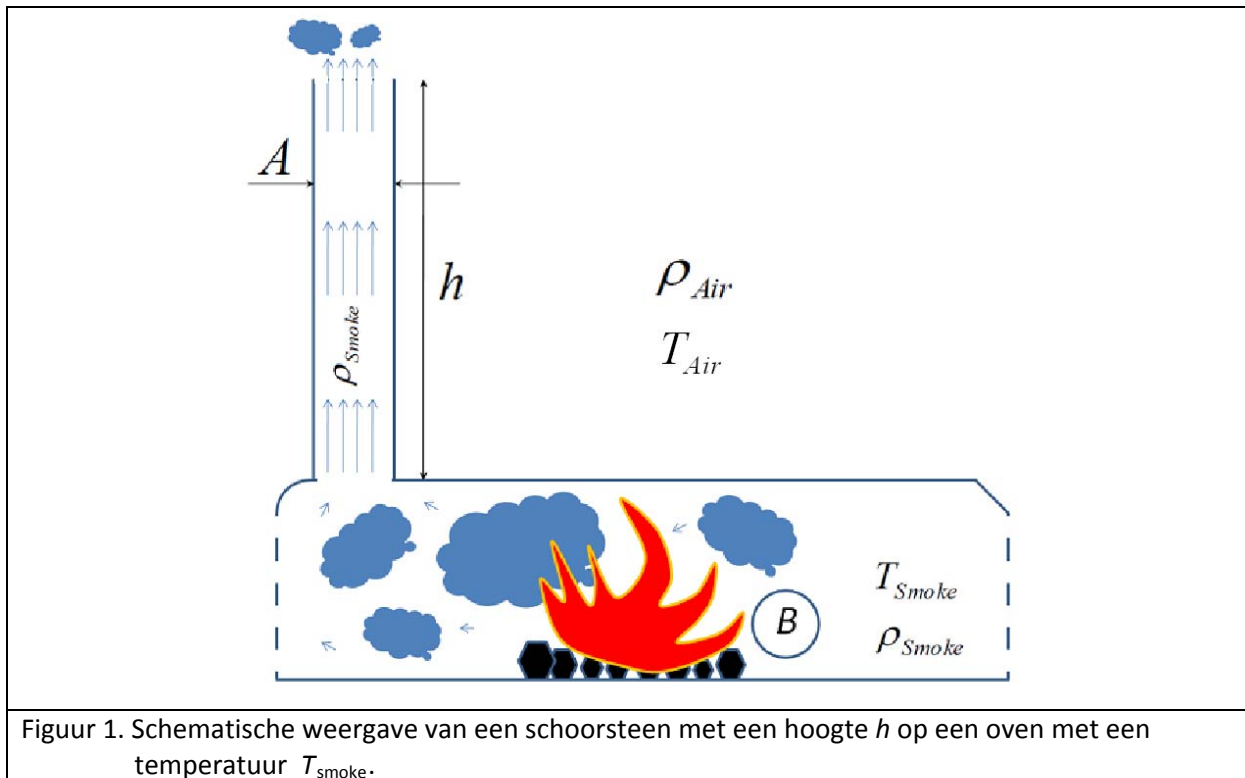
Veronderstel dat:

- de snelheid van het gas in de oven verwaarloosbaar klein is
- de dichtheid van de gassen (rook) is gelijk aan die van lucht bij dezelfde temperatuur en druk; in de oven kunnen de gassen beschouwd worden als ideaal
- de druk van de lucht verandert met de hoogte volgens de hoofdwet van de hydrostatica; de verandering van de dichtheid van de lucht met de hoogte is verwaarloosbaar
- de stroming van gassen voldoet aan de wet van Bernoulli die stelt dat de volgende grootte in alle punten van de gasstroom behouden blijft:

$$\frac{1}{2} \rho v^2(z) + \rho g z + p(z) = \text{const},$$

waarin ρ de dichtheid van het gas voorstelt, $v(z)$ de snelheid ervan, $p(z)$ de druk en z de hoogte

- de verandering van de dichtheid van het gas in de schoorsteen is verwaarloosbaar



Vraag 1

- a) Welke minimale hoogte van de schoorsteen is nodig om de schoorsteen efficiënt te laten werken, zodat hij al de geproduceerde gassen aan de atmosfeer kan vrijgeven? Druk je resultaat uit in termen van $B, A, T_{\text{air}}, g = 9,81 \text{ m/s}^2, \Delta T = T_{\text{Smoke}} - T_{\text{Air}}$.
Belangrijk: neem in alle volgende vragen aan dat deze minimale hoogte de hoogte van de schoorsteen is. (3.5 punten)
- b) Veronderstel dat er twee schoorstenen worden gebouwd voor exact hetzelfde doel. Hun doorsneden zijn identiek, maar ze zijn ontworpen om op verschillende plaatsen op aarde te werken: één in koude streken, ontworpen om te functioneren bij een gemiddelde temperatuur van -30°C en een andere voor warmere gebieden, bij een gemiddelde temperatuur van 30°C . De temperatuur van de oven is 400°C . Er werd berekend dat de hoogte van de schoorsteen voor de koude gebieden 100 m is. Hoe hoog moet de andere schoorsteen zijn? (0.5 punten)
- c) Hoe verandert de snelheid van de gassen met de hoogte in de schoorsteen? Teken een diagram, ervan uitgaand dat de doorsnede van de schoorsteen niet verandert met de hoogte. Geef het punt aan waar de gassen de schoorsteen binnenkomen. (0.6 punten)
- d) Hoe verandert de druk van de gassen met de hoogte in de schoorsteen? (0.5 punten)

Zonne-energiecentrale

De stroming van gassen in een schoorsteen kan gebruikt worden om een bijzondere soort zonne-energiecentrale te bouwen (zonneshoorsteen). Het idee wordt geïllustreerd in Figuur 2. De zon verhit de lucht onder de collector met oppervlakte S en open zijwanden om een vrije instroom van lucht mogelijk te maken (zie Fig. 2). Als de verhitte lucht in de schoorsteen opstijgt (de dunne pijlen), komt nieuwe koude lucht uit de omgeving de collector binnen (dikke gestippelde pijlen) die een continue luchtstroom door de energiecentrale mogelijk maken. De luchtstroom door de schoorsteen drijft een turbine aan, die elektrische energie produceert. De energie van de zonnestraling per tijdseenheid en per eenheid van horizontaal oppervlak van de collector is G . Veronderstel dat al die energie gebruikt kan worden om de lucht in de collector te verhitten (de warmtecapaciteit per kg (soortelijke warmte) van de lucht is c , en mag als onafhankelijk van de luchttemperatuur beschouwd worden). Het rendement van de zonneshoorsteen is gedefinieerd als de verhouding van de kinetische energie van de gasstroom en de zonne-energie die geabsorbeerd is bij de verhitting van de lucht net vóór die de schoorsteen in gaat.

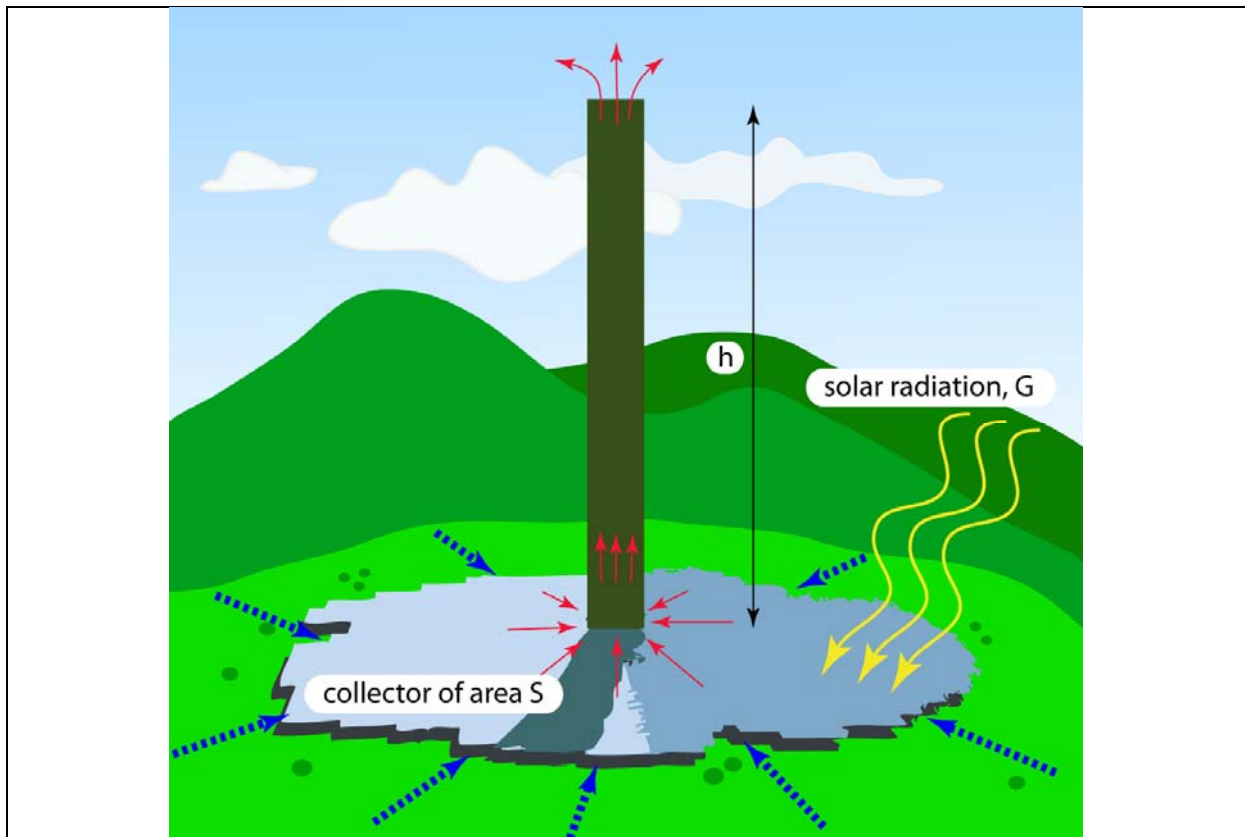


Fig 2. Schets van een zonne-energiecentrale

Vraag 2

- Wat is het rendement van de zonne-energiecentrale met schoorsteen? (2.0 punten)
- Schets een diagram dat weergeeft hoe het rendement van de schoorsteen verandert met de hoogte. (0.4 punten)

Het prototype van Manzanares

Het prototype van de schoorsteen die in Manzanares, Spanje, gebouwd is, had een hoogte van 195 m en een straal van 5 m. De collector is cirkelvormig met een diameter van 244 m. De warmtecapaciteit per kg van de lucht bij normaal functioneren van dit prototype zonneshoorsteen is $1012 \text{ J}/(\text{kg K})$, de dichtheid van de hete lucht is ongeveer $0,9 \text{ kg}/\text{m}^3$ en de normale temperatuur van de atmosfeer $T_{air} = 295 \text{ K}$. In Manzanares is het normale zonnevermogen per eenheid van horizontaal oppervlak $150 \text{ W}/\text{m}^2$ op een zonnige dag.

Vraag 3

- Wat is het rendement van het prototype energiecentrale? Geef een numerieke schatting. *(0.3 punten)*
- Welk vermogen kan er geproduceerd worden in het prototype energiecentrale? *(0.4 punten)*
- Hoeveel energie kan de energiecentrale gedurende een normale zonnige dag produceren? *(0.3 punten)*

Vraag 4

- Hoeveel is de lucht vanuit de omgeving (koude lucht) in temperatuur gestegen als deze de schoorsteen binnen gaat (warme lucht)? Schrijf de algemene formule op en pas deze toe op het prototype schoorsteen. *(1.0 punten)*
- Hoe groot is het debiet (massa per tijdseenheid) van de luchtstroom die door het systeem gaat? *(0.5 punten)*

Natuurkunde van de Schoorsteen – Antwoordvellen

Country code	Student code

Belangrijk: laat de velden „points“ leeg voor de nakijkers!

Vraag 1		Points
a)		
b)		
c)		

A Answer sheets - Theoretical problem 2 - Chimney physics

2/3

d)		
----	--	--

Country code	Student code

Vraag 2		Points
a)		
b)		
Vraag 3		Points
a)		
b)		
c)		

A Answer sheets - Theoretical problem 2 - Chimney physics

3/3

	Country code	Student code

Vraag 4		Points
a)		
b)		
Total:		

3. Eenvoudig model van een atoomkern

Inleiding

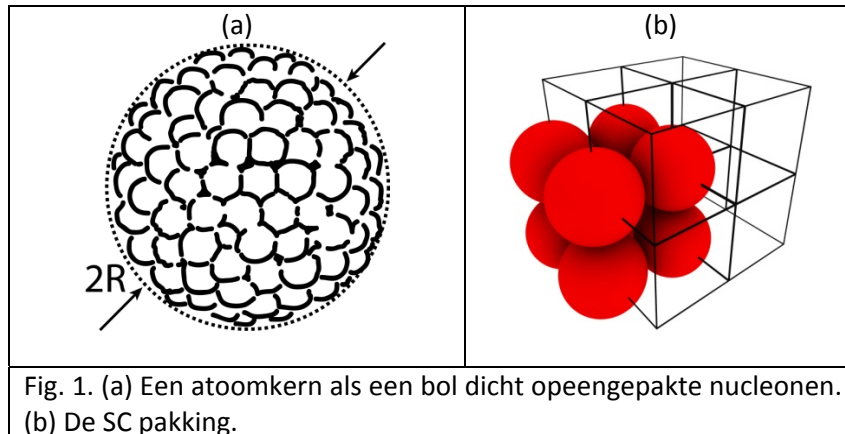
Hoewel kerndeeltjes (nucleonen) quantumdeeltjes zijn, kan een aantal natuurwetten voor hun basiseigenschappen (zoals straal of bindingsenergie) afgeleid worden vanuit eenvoudige aannames: (i) kernen zijn samengesteld uit kerndeeltjes (dit zijn de protonen en neutronen); (ii) de sterke kernkracht die deze kerndeeltjes bij elkaar houdt heeft een zeer kort bereik (zij werkt alleen tussen naast elkaar liggende kerndeeltjes; (iii) het aantal protonen (Z) in een gegeven kern is ongeveer gelijk aan het aantal neutronen (N), ofwel $Z \approx N \approx A/2$, met A het totaal aantal kerndeeltjes ($A \gg 1$).

Belangrijk: Gebruik deze aannames in onderstaande vragen 1 t/m 4.

Vraag 1 - Atoomkernen als dicht opeengepakte systemen van nucleonen

In een eenvoudig model, kan een atoomkern voorgesteld worden als een bol die bestaat uit dicht opeengepakte nucleonen [zie Figuur 1(a)], waarin nucleonen harde bollen zijn met een straal $r_N = 0,85 \text{ fm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). De kernkracht is alleen aanwezig als twee nucleonen elkaar raken. Het volume V van de kern is groter dan het volume van alle nucleonen samen AV_N , waarin

$V_N = \frac{4}{3} \pi \cdot r_N^3$. Het quotiënt $f = AV_N / V$ wordt de pakkingsfactor genoemd en geeft het percentage van de door nucleonen gevulde ruimte.



- a) Bereken wat de pakkingsfactor f zou zijn als de nucleonen gerangschikt zouden zijn in een “eenvoudig kubisch (SC)” kristalmodel, waarin elk nucleon op een roosterpunt van een oneindig groot kubisch rooster zit [zie Figuur 1(b)]. (0.3 punten)

Belangrijk: neem in alle volgende vragen aan dat de pakkingsfactor voor nucleonen gelijk is aan die van vraag 1a. Als je die niet kunt berekenen gebruik dan in de volgende vragen $f = \frac{1}{2}$.

- b) Schat de gemiddelde massadichtheid ρ_m , ladingsdichtheid ρ_c , en de straal R voor een kern met A nucleonen. De gemiddelde massa van een nucleon is $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. (1.0 punten)

Vraag 2 - Bindingsenergie van atoomkernen- effecten van volume en oppervlakte

De bindingsenergie van een kern is de energie die nodig is om hem in losse nucleonen uiteen te trekken en wordt veroorzaakt door de aantrekkende kracht van elk nucleon op zijn burens. Als een gegeven nucleon zich niet aan de oppervlakte van een kern bevindt, is zijn bijdrage aan de totale bindingsenergie $a_v = 15,8$ MeV ($1 \text{ MeV} = 1,602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$). De bijdrage van een nucleon aan de oppervlakte is ongeveer $a_v / 2$. Geef een uitdrukking voor de bindingsenergie E_b van een kern met A nucleonen in termen van A , a_v en f , en met gebruikmaking van de correctie voor de nucleonen aan de oppervlakte. (1.9 punten)

Vraag 3- Elektrostatische (Coulomb) effecten op de bindingsenergie

De elektrostatische energie van een homogeen geladen bol (met straal R en totale lading Q_0)

$$\text{is } U_c = \frac{3Q_0^2}{20\pi\epsilon_0 R}, \text{ met } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}.$$

In een kern oefent elk proton geen kracht uit op zichzelf (via de Coulombkracht), maar alleen op de rest van de protonen. Je kunt dit in rekening brengen door Z^2 te vervangen door $Z(Z-1)$ in de formule. Pas deze correctie toe in de volgende vragen.

- Gebruik bovenstaande formule om de elektrostatische energie van een kern te bepalen. (0.4 punten)
- Schrijf de volledige formule op voor de bindingsenergie, inclusief de belangrijkste term (die van het volume), de oppervlaktecorrectie en de verkregen elektrostatische correctie. (0.3 punten)

Vraag 4- Splitsing van zware kernen

Splitsing is een nucleair proces waarin een kern splijt in kleinere delen (lichtere kernen). Veronderstel dat een kern met A nucleonen splijt in slechts twee gelijke delen zoals voorgesteld in Figuur 2.

- Bereken de totale kinetische energie van de splitsingsproducten E_{kin} als de middelpunten van de twee lichtere kernen zich op een afstand $d \geq 2R(A/2)$ bevinden, waarin $R(A/2)$ hun straal is. De grote kern was aanvankelijk in rust. (1.3 punten)
- Neem aan dat $d = 2R(A/2)$ en vul dit in de formule van E_{kin} in zoals is gevonden in a) voor $A = 100, 150, 200$ en 250 (geef de uitkomst in MeV). Schat de waarden van A waarvoor splitsing mogelijk is met het hierboven beschreven model. (1.0 punten)

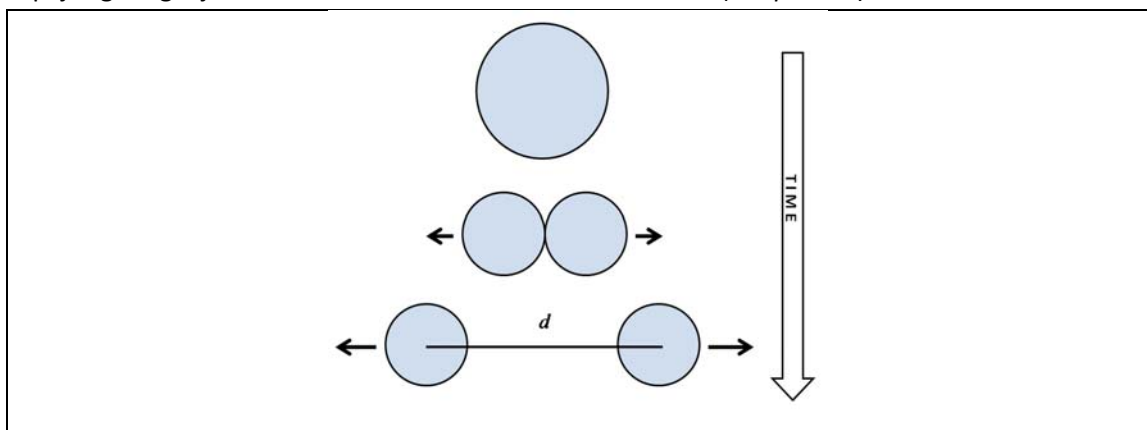


Fig. 2. Een schematische voorstelling van kernsplitsing in ons model.

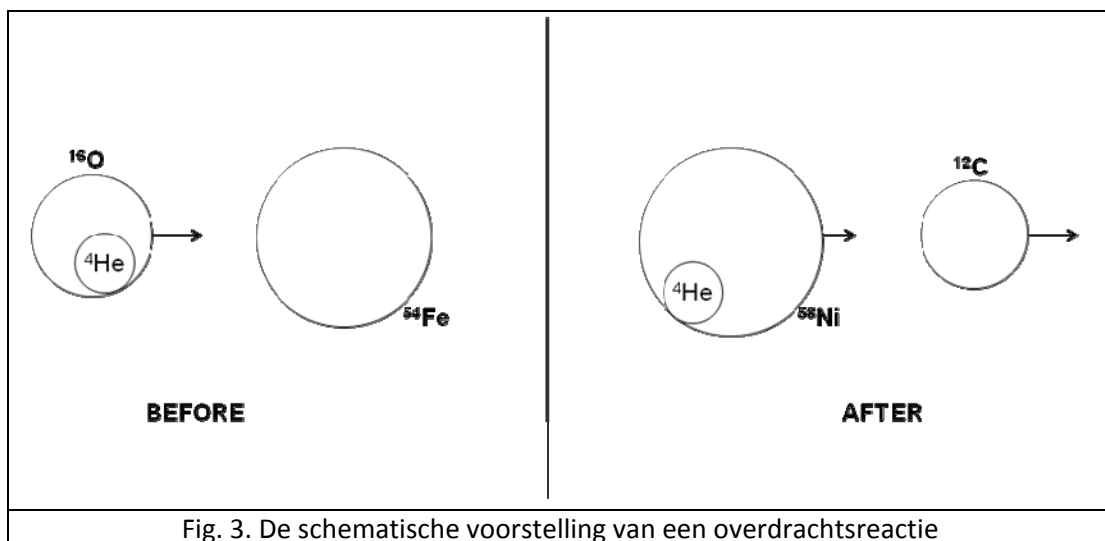
Vraag 5 - Overdrachtsreacties

- a) In de moderne fysica wordt de energie van kernen en hun reacties beschreven in termen van massa. Bij voorbeeld, als een kern (met snelheid nul) zich in een aangeslagen toestand bevindt met energie E_{exc} boven de grondtoestand, is zijn massa $m = m_0 + E_{exc} / c^2$, waarin m_0 zijn rustmassa in de grondtoestand is. De kernreactie $^{16}\text{O} + ^{54}\text{Fe} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ is een voorbeeld van een zo geheten “overdrachtsreactie”, waarin een deel van één kern (een cluster nucleonen) overgedragen wordt aan de ander (zie Figuur 3). In ons voorbeeld is het overgedragen deel een ^4He -cluster (α -deeltje). De overdrachtsreactie ontstaat met een maximale waarschijnlijkheid met de snelheid van het uitgezonden reactieproduct (in ons geval: ^{12}C) zowel in grootte als in richting gelijk aan de snelheid van het ingeschoten deeltje (in ons geval : ^{16}O) . Het doelwit (target) ^{54}Fe is aanvankelijk in rust. ^{58}Ni is in één van zijn aangeslagen toestanden. Bepaal de aanslag-energie van de toestand (in MeV) als de kinetische energie van het ingeschoten deeltje ^{16}O gelijk is aan 50 MeV . De lichtsnelheid $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. (2.2 punten)

1.	$M(^{16}\text{O})$	15,99491 a.m.u.
2.	$M(^{54}\text{Fe})$	53,93962 a.m.u.
3.	$M(^{12}\text{C})$	12,00000 a.m.u.
4.	$M(^{58}\text{Ni})$	57,93535 a.m.u.

Tabel 1. De rustmassa's van de deelnemende deeltjes in hun grondtoestand.
1 atomaire massa-eenheid (a.m.u.) = $1,6605 \cdot 10^{-27}$ kg.

- b) De ^{58}Ni -kern die in aangeslagen toestand is ontstaan zoals boven is beschreven (vraag a) valt terug in zijn grondtoestand onder uitzending van een gamma-foton in zijn bewegingsrichting. Beschouw dit verval in vergelijking met de rusttoestand van ^{58}Ni om de terugslagenergie van ^{58}Ni te vinden (dit is de kinetische energie die ^{58}Ni krijgt na het uitzenden van het foton). Wat is de energie van het foton in dat systeem? Wat is de energie van het foton in het referentiesysteem van het lab (dus gemeten in de detector die geplaatst is in de richting waarin de ^{58}Ni -kern beweegt)? (1.6 punten)



Eenvoudig model van een atoomkern – Antwoordvellen

Country code	Student code

Belangrijk: Laat de velden „points“ leeg voor de nakijkers!

Vraag 1		Points
a)		
b)	$\rho_m =$	
	$\rho_c =$	
	$R =$	
Vraag 2		Points

A Answer sheets - Theoretical problem 3 - Nuclear model

2/3

Country code	Student code

Vraag 3		Points
a)		
b)		
Vraag 4		Points
a)		
b)	$E_{kin}(A=100)=$ $E_{kin}(A=150)=$ $E_{kin}(A=200)=$ $E_{kin}(A=250)=$ Noodzakelijke voorwaarde voor splijting:	

A Answer sheets - Theoretical problem 3 - Nuclear model

3/3

Country code	Student code

Vraag 5		Points
a)		
b)	$E_\gamma =$	
	$E_{\text{recoil}} =$	
	$E_{\text{detector}} =$	
Total:		