The 43rd International Physics Olympiad — Theoretical Competition

Tartu, Estonia — Tuesday, July 17th 2012

- De toets duurt 5 uur. Er zijn 3 opgaven die in totaal 30 punten waard zijn. Let op dat de te verdienen punten voor de drie theorieopgaven niet gelijk zijn.

- **Je mag de envelop met opgaven niet openen voordat het geluidsignaal voor de start van de wedstrijd klinkt (drie korte signalen).**

- **Je mag je werkplek niet zonder toestemming verlaten**. Als je hulp nodig hebt (kapotte rekenmachine, nodig naar het toilet, enz), breng dan de juiste vlag "HELP" of "TOILET" met een lange stok boven de wanden van je hokje en houd het omhoog tot iemand van de organisatie arriveert.

- **Je moet je antwoorden uitdrukken in die grootheden die in de tekst gemarkeerd zijn aangegeven en kunnen indien nodig ook fundamentele constanten bevatten**. Dus, als is aangegeven dat "de hoogte van de doos a is en de breedte b", dan mag a in het antwoord gebruikt worden en b niet (tenzij het ergens anders is aangegeven, zie hieronder). De grootheden die in de tekst van een deelvraag worden gemarkeerd mogen alleen in het antwoord van die deelvraag gebruikt worden; grootheden die zijn aangegeven in de inleidende tekst van een opgave (of een onderdeel van een opgave) ofwel buiten het bereik van één van de deelvragen, mogen voor alle antwoorden van die opgave gebruikt worden (of voor dat deel van de opgave).

- Gebruik alleen de voorkant van het papier.

- Er zijn **specifieke werkbladen (Writing sheets)** voor elke opgave (zie de koptekst voor het nummer en pictogram). Noteer je antwoorden op de juiste werkbladen. De werkbladen zijn voor elke opgave genummerd; gebruik de bladen in de juiste nummering. Noteer altijd met welk deel van de opgave en antwoord je bezig bent. Noteer de eindantwoorden in de betreffende vakjes van het **antwoordblad (Answer sheet)**. Er is ook kladpapier; gebruik dit voor dingen die je niet beoordeeld wilt hebben. Zet een kruis door de onderdelen op de werkbladen die je niet beoordeeld wilt hebben (bijvoorbeeld foute oplossingen).

- Als je voor een opgave meer papier nodig hebt, hou het vlaggetje "HELP" omhoog en geef aan de organisatie aan om welke opgave het gaat. Je krijgt dan twee extra werkbladen (je mag dit meer dan één maal doen).

- **Gebruik zo weinig mogelijk tekst:** probeer je oplossingen hoofdzakelijk te onderbouwen met vergelijkingen, getallen, tabellen, symbolen en diagrammen.
In tegenstelling tot de oorspronkelijke tekst van dit blad, is een vertaling in het engels bij je eigen antwoord niet noodzakelijk.

- Het eerste enkelvoudige geluidssignaal geeft aan dat er nog 30 min beschikbare tijd is; het tweede dubbele geluidssignaal geeft aan dat er nog 5 min beschikbare tijd is; het derde drievoudige geluidssignaal geeft het einde van de beschikbare tijd aan. **Na dit derde geluidssignaal dien je direct te stoppen met schrijven.** Stop alle papieren samen in de geleverde envelop op je tafel. **Het is niet toegestaan om enig papier mee te nemen uit de ruimte.** Indien je klaar bent voor het laatste geluidssignaal, steek dan je vlaggetje in de lucht.

Opgave T1. Focus op schetsen *(13 punten)*

Deel A. Ballistiek *(4.5 punten)*

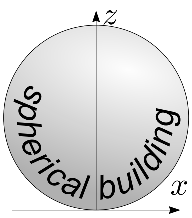
Een bal wordt met een beginsnelheid v_0 afgeschoten in het x–z vlak van een homogeen gravitatieveld. De x-as is horizontaal en z is verticaal, tegengesteld aan de richting (of zin) van de (vrije) valversnelling g; verwaarloos de luchtwrijving.

i. (0.8 pt) De hoek waaronder de bal vanuit de oorsprong kan worden afgeschoten kan worden gevarieerd. Met een constante beginsnelheid v_0 kunnen zodoende doelen geraakt worden in een gebied waarvoor geldt

$$z \le z_0 - kx^2;$$

je mag deze formule als gegeven beschouwen, je hoeft deze dus niet te bewijzen. Bepaal de constanten z_0 en k.

ii. (1.2 pt) De plaats van waar afgeschoten kan worden, kun je op het grondniveau $z = 0$ variëren. Evenzo kun je de hoek waaronder afgeschoten wordt variëren. Het doel is om het hoogste punt van een bolvormig gebouw (spherical building) met de straal R (zie de figuur) te raken met een zo klein mogelijke beginsnelheid v_0 (de bal mag niet tegen het dak stuiteren voordat het hoogste punt geraakt wordt). Geef een kwalitatieve schets van de optimale baan die de bal beschrijft. (Gebruik het daarvoor bedoelde kader op het antwoordblad.) Opmerking: er worden alleen punten toegekend voor de schets.



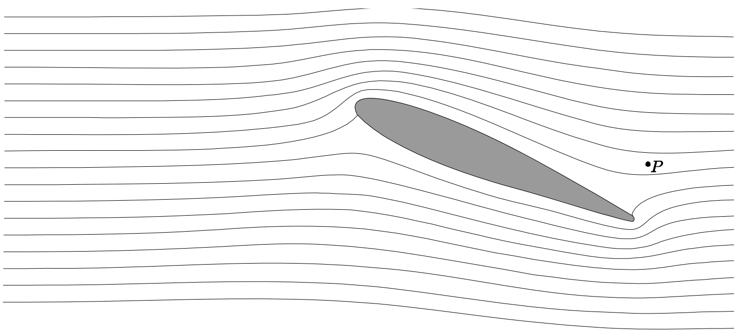
iii. (2.5 pt) Wat is de minimale beginsnelheid v_{min} die nodig is om het hoogste punt van het bolvormige gebouw met straal R te raken?


La Géode, Parc de la Villette, Paris. Photo: katchooo/flickr.com

Deel B. Luchtstroming langs een vleugel *(4 punten)*

Voor dit onderdeel kan de volgende informatie nuttig zijn. Voor een vloeistof- of gasstroom in een buis geldt langs een stroomlijn $p + \rho gh + ½ \rho v^2 =$ constant, er vanuit gaande dat de snelheid v veel kleiner is dan de geluidssnelheid. ρ is de dichtheid, h de hoogte, g de valversnelling en p de hydrostatische druk. Stroomlijnen worden gedefinieerd als de banen van vloeistof- of gasdeeltjes (aangenomen dat het stromingspatroon constant blijft). De term $½ \rho v^2$ wordt de dynamische druk genoemd.

In de onderstaande figuur is een dwarsdoorsnede te zien van een vliegtuigvleugel alsmede de stroomlijnen van de lucht langs de vleugel, in het referentiestelsel van de vleugel. Neem aan dat (a) de luchtstroming enkel twee-dimensionaal is (de snelheidsvectoren van de lucht liggen dus in het vlak van de tekening); (b) het stroomlijnenpatroon onafhankelijk is van de snelheid van het vliegtuig; (c) er geen wind is; (d) de dynamische druk veel kleiner is dan de atmosferische druk $p_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa. Je mag een liniaal gebruiken om te meten in de figuur op het antwoordblad.



i. (0.8 pt) Als de snelheid van het vliegtuig $v_0 = 100$ m/s ten opzichte van de grond is, bepaal dan de snelheid van de lucht v_P ten opzichte van de grond in het punt P (aangegeven in de figuur).

ii. (1.2 pt) Als de relatieve vochtigheid hoog is en als de snelheid van het vliegtuig ten opzichte van de grond groter is dan een zekere kritische waarde v_{crit}, ontstaat er ergens rond de vleugel een stroom waterdruppeltjes. De waterdruppeltjes ontstaan op een bepaald punt Q. Geef het punt Q aan op het antwoordblad. Geef een kwalitatieve verklaring (door gebruik te maken van formules en zo weinig mogelijk tekst) hoe je deze positie bepaald hebt.

iii. (2.0 pt) Maak een schatting van de kritische snelheid v_{crit} door gebruik te maken van de volgende gegevens: relatieve vochtigheid van de lucht $r = 90\%$, soortelijke warmte van lucht bij constante druk $c_p = 1.00 \times 10^3\,\mathrm{J/kg{\cdot}K}$, druk van verzadigde waterdamp: $p_{sa} = 2.31\ \mathrm{kPa}$ bij een temperatuur van de ongestoorde lucht $T_a = 293\ \mathrm{K}$ en $p_{sb} = 2.46\ \mathrm{kPa}$ bij $T_b = 294\ \mathrm{K}$.

Wellicht heb je door jouw manier van benaderen ook de soortelijke warmte van lucht bij constant volume nodig: $c_V = 0.717 \times 10^3\,\mathrm{J/kg{\cdot}K}$.

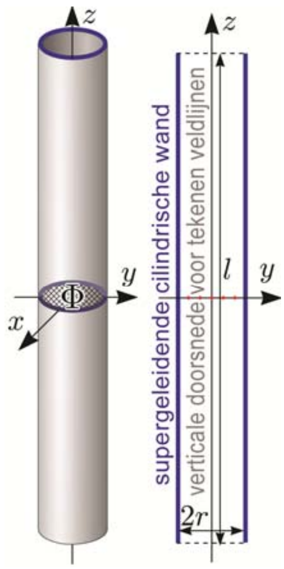
De relatieve vochtigheid wordt gedefinieerd als het quotient van de dampdruk en de verzadigde dampdruk bij de gegeven temperatuur. De verzadigde dampdruk wordt gedefinieerd als de dampdruk waarbij de damp in evenwicht is met de vloeistof.

Deel C. Magnetische buisjes *(4.5 punten)*

We beschouwen een cilindrisch buisje gemaakt van supergeleidend materiaal. De lengte van het buisje is l en de inwendige straal is r; er geldt steeds $l \gg r$. Het midden van het buisje valt samen met de oorsprong en de as van het buisje valt samen met de z-as.

Door het buisje gaat een magnetische flux Φ (dit is de flux door de centrale dwarsdoorsnede van het buisje, $z = 0$, $x^2 + y^2 < r^2$).

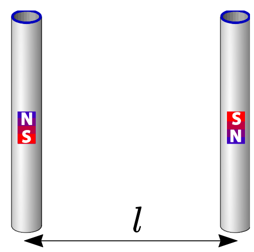
Een supergeleider is een materiaal dat elk magnetisch veld buitensluit. (Het magnetisch veld in het materiaal is nul.)



i. (0.8 pt) Schets in het daarvoor bestemde kader op het antwoordblad vijf magnetische veldlijnen door de vijf rode punten. Deze vijf punten liggen in het y–z vlak.

ii. (1.2 pt) Bereken de z-component van de spankracht T in het midden van het buisje (dat is dus de kracht die de twee helften van het buisje, $z > 0$ en $z < 0$, op elkaar uitoefenen).

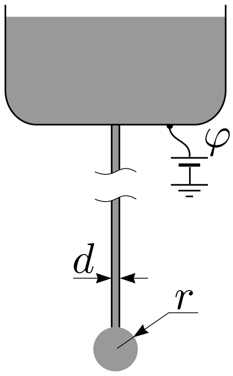
iii. (2.5 pt) Een tweede identieke buisje wordt nu evenwijdig aan het eerste geplaatst. Het tweede buisje heeft een magnetisch veld in tegengestelde richting (of zin) en het midden van het buisje valt samen met $y = l$, $x = z = 0$ (zodat de buisjes de overstaande zijden van een vierkant vormen). Bepaal de magnetische kracht F die wordt veroorzaakt door de interactie tussen de twee buisjes.



Opgave T2. Kelvin water druppelaar *(8 punten)*

Voor dit onderdeel kan de volgende informatie over oppervlaktespanning nuttig zijn.
Voor de moleculen in een vloeistof geldt dat de posities aan het oppervlak lucht-vloeistof minder voordelig zijn dan in de vloeistof. Daarom spreken we voor dit oppervlak van de oppervlakte-energie $U = \sigma S$ waarbij S de grootte van het scheidingsoppervlak is en σ de oppervlaktespanning van de vloeistof. Verder trekken twee stukjes vloeistofoppervlak elkaar aan met een kracht $F = \sigma l$, waarbij l de lengte is van de lijn die de twee stukjes scheidt.

Een lange metalen pijp met binnendiameter d is verticaal opgesteld; water druppelt langzaam vanuit een opening aan de onderkant (zie figuur). Het water kan als elektrisch geleidend beschouwd worden; zijn oppervlaktespanning is σ en zijn dichtheid is ρ. Neem steeds aan dat geldt $d \ll r$. Hierbij is r de straal van de druppel die onder de opening hangt. Deze druppel groeit langzaam totdat de druppel van de opening loskomt door de valversnelling g.



Deel A. Eén pijp *(4 punten)*

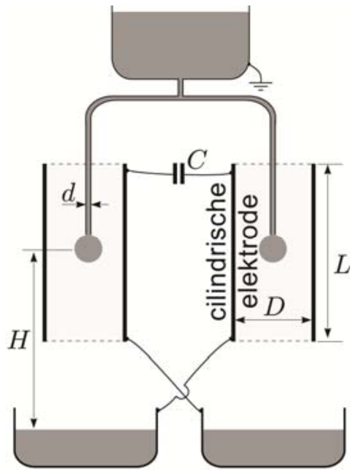
i. (1.2 pt) Bepaal de straal r_{max} van een druppel vlak voordat deze loskomt van de opening.

ii. (1.2 pt) Ten opzichte van de aarde heeft de pijp een elektrostatische potentiaal gelijk aan φ. Bepaal de lading Q van een druppel met straal r.

iii. (1.6 pt) Neem voor dit onderdeel aan dat r constant blijft en φ langzaam toeneemt. De druppel wordt onstabiel en valt in twee stukken uiteen als de hydrostatische druk binnen de druppel kleiner wordt dan de atmosferische druk. Bepaal de kritieke potentiaal φ_{max} waarbij dit gebeurt.

Deel B. Twee pijpen *(4 punten)*

Een apparaat genaamd "Kelvin water druppelaar" bestaat uit twee pijpen (identiek aan de pijp omschreven in Deel A), verbonden via een T-stuk (zie figuur). De uiteinden van beide pijpen bevinden zich in het midden van twee cilindervormige elektroden (met hoogte L en diameter D, $L \gg D \gg r$); uit beide pijpen komen n druppels per tijdseenheid.



De druppels vallen over een hoogte H in geleidende kommen geplaatst onder de openingen. Deze kommen zijn kruiselings verbonden met de elektroden (zie figuur); de elektroden zijn met elkaar verbonden via een condensator met capaciteit C. Er bevindt zich geen netto lading op het systeem van kommen en elektroden. Merk op dat de waterbak boven in de figuur geaard is.
De eerste druppel die valt heeft een kleine lading die zorgt voor een verschil tussen de twee kanten en een ladingsscheiding over de condensator.

i. (1.2 pt) Geef een uitdrukking voor de lading $|Q_0|$ van de druppels die de opening verlaten op het moment dat de condensator een lading heeft gelijk aan q, in termen van r_{max} (gevonden in Deel A-i). Verwaarloos het effect beschreven in Deel A-iii.

ii. (1.5 pt) Bepaal het verband tussen q en de tijd t door dit te benaderen met een continue functie $q(t)$ en aan te nemen dat $q(0) = q_0$.

iii. (1.3 pt) Het functioneren van de druppelaar kan verhinderd worden door het effect dat is beschreven in deel A-iii. Daarnaast wordt de maximale spanning U_{max} tussen de elektroden bepaald door de elekrostatische afstoting tussen een druppel en de kom eronder. Bepaal U_{max}.

Opgave T3. Formatie van een protoster *(9 punten)*

We modelleren de vorming van een ster als volgt. Een bolvormige wolk interstellair gas met kleine dichtheid, bij het begin in rust, begint te imploderen onder invloed van de gravitatiekracht. Bij het begin is de straal van de bol gelijk aan r_0 en de massa is m. De temperatuur van de omgeving (met een veel kleinere dichtheid dan het gas) en de begintemperatuur van het gas is overal gelijk aan T_0. Het gas mag beschouwd worden als ideaal. De gemiddelde molaire massa van het gas is μ en de adiabatische exponent is $\gamma > 4/3$. Neem aan dat $G m\mu / r_0 \gg RT_0$, waarbij R gelijk is aan de algemene gasconstante en G de gravitatieconstante is.

i. (0.8 pt) Gedurende het grootste deel van de implosie is het gas zo transparant dat de geproduceerde warmte onmiddellijk verloren gaat door straling (uitgestraald wordt), de bol blijft dus in thermodynamisch evenwicht met zijn omgeving. Hoeveel keer wordt de druk groter als de straal van de bol gehalveerd wordt ($r_1 = 0.5r_0$)? Neem aan dat de dichtheid van het gas overal hetzelfde blijft.

ii. (1 pt) Maak een schatting voor de tijd t_2 nodig om de straal te laten afnemen van r_0 tot $r_2 = 0.95r_0$. Verwaarloos de verandering van het gravitatieveld op de plaats van het vallende gasdeeltje.

iii. (2.5 pt) Bereken de tijd $t_{r\to 0}$ nodig om de straal van de bol te doen afnemen van r_0 tot een veel kleinere waarde, door gebruik te maken van de wetten van Kepler voor elliptische banen. We nemen aan dat de druk daarbij verwaarloosbaar blijft.

iv. (1.7 pt) Bij een bepaalde straal $r_3 \ll r_0$, wordt de dichtheid van het gas groot genoeg om ondoorschijnend te worden voor de warmtestraling. Bereken de hoeveelheid warmte Q die uitgestraald wordt bij het terugvallen van de straal van de waarde r_0 tot r_3.

v. (1 pt) Voor waarden van de straal kleiner dan r_3 mag je de warmtestraling verwaarlozen. Bepaal hoe de temperatuur T van de bal afhangt van zijn straal $r < r_3$.

vi. (2 pt) Uiteindelijk kunnen we het effect van de druk op de dynamica van het gas niet meer verwaarlozen en stopt de implosie bij $r = r_4$ (met $r_4 \ll r_3$). De straling echter kan nog steeds verwaarloosd worden en de temperatuur is nog niet hoog genoeg om kernfusie op gang te brengen. De druk in zo'n protoster is niet meer overal gelijk, maar ruwe schattingen kunnen op een evenredigheidsconstante na nog altijd gedaan worden. *Maak een schatting* voor de eindwaarde van de straal r_4 en de bijbehorende temperatuur T_4.

Opgave T1. Focus op schetsen *(13 punten)*

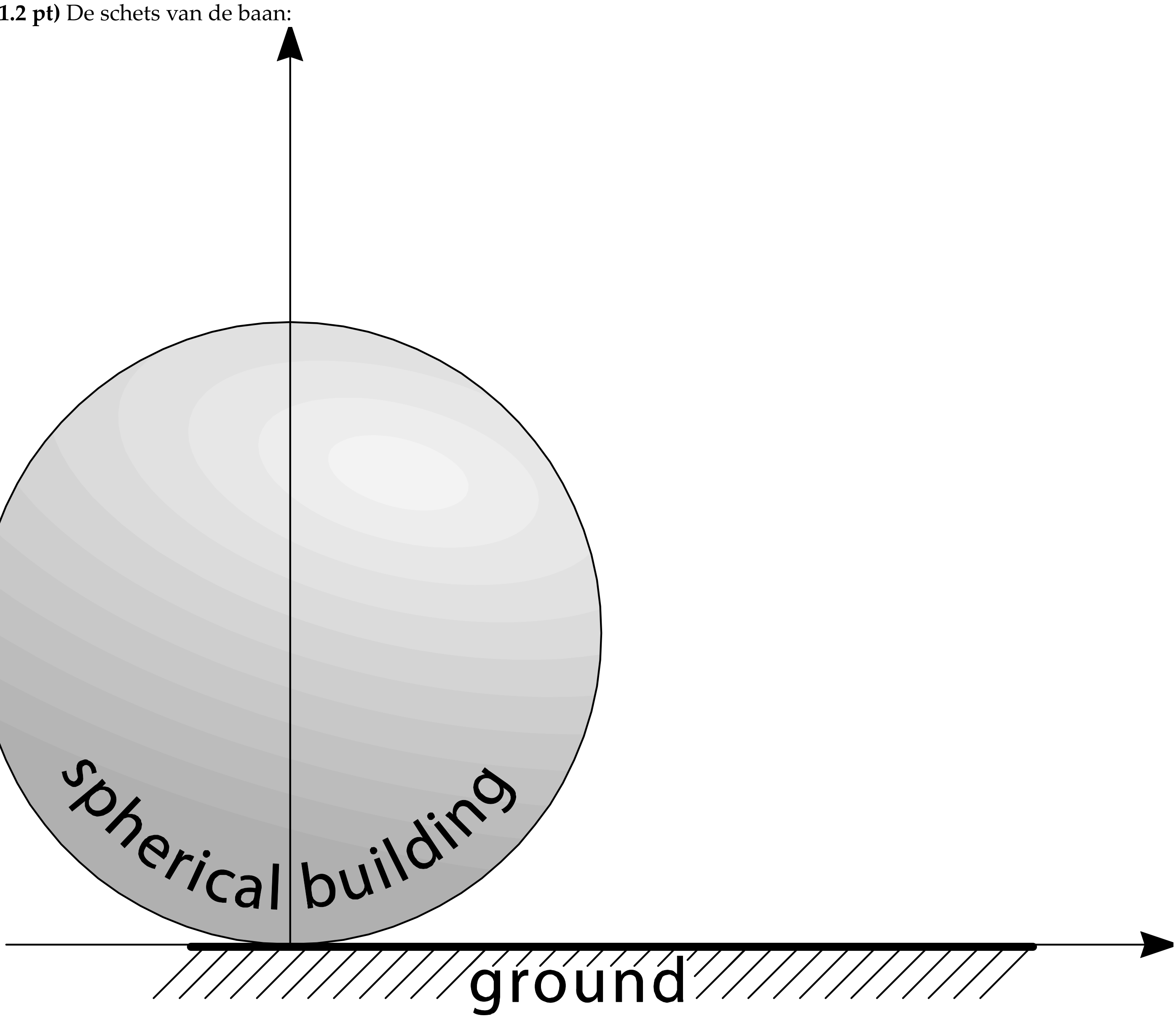
Deel A. Ballistiek *(4.5 punten)*

i. (0.8 pt)

$z_0 =$

$k =$

ii. (1.2 pt) De schets van de baan:



iii. (2.5 pt)

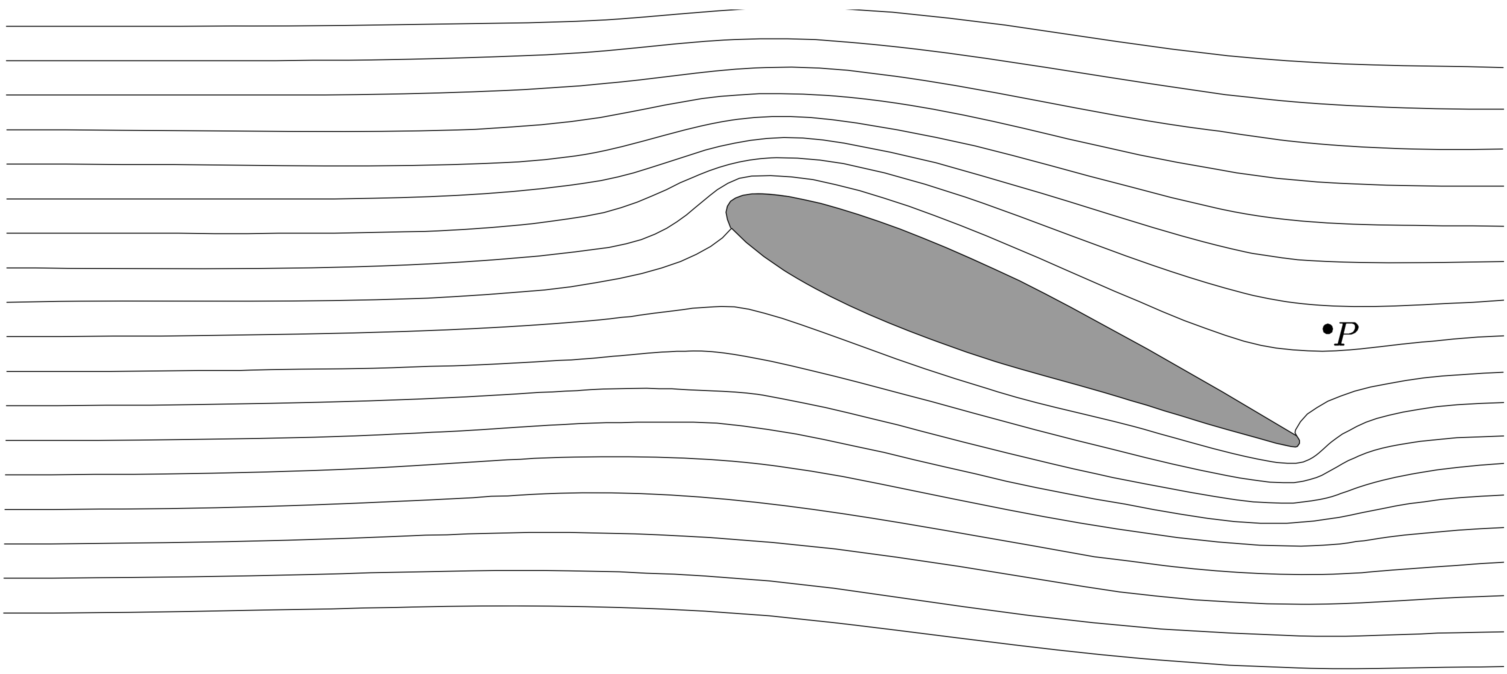
$v_{\min} =$

Deel B. Luchtstroom langs een vleugel *(4 punten)*

i. (0.8 pt)

$v_P =$

ii. (1.2 pt) Geef in deze figuur punt Q aan. Gebruik de figuur ook voor metingen (vragen i and iii).



Formules die de keuze
van punt Q motiveren:

iii. (2.0 pt)

Formule: $v_{crit} =$

getalsmatig: $v_{crit} =$

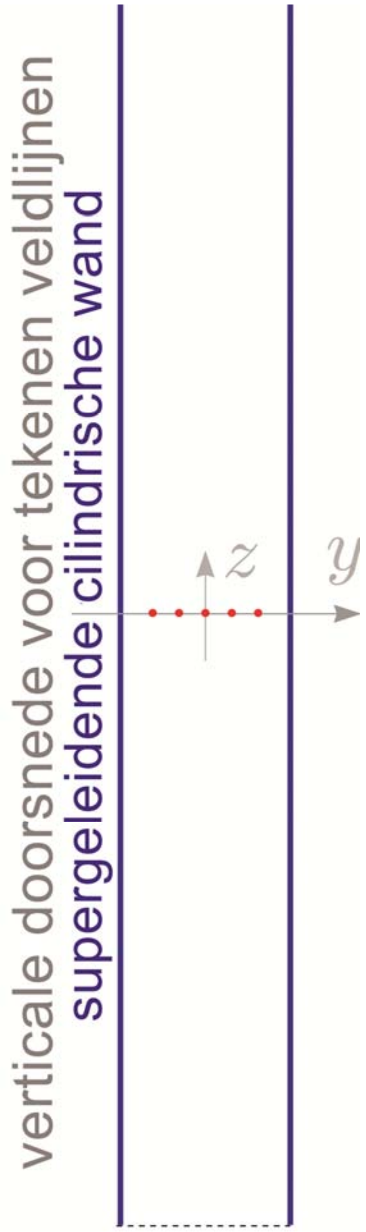
ANSWER SHEET

Problem 1

IPhO
Estonia 2012

Deel C. Magnetische buisjes *(4.5 punten)*

i. (0.8 pt)
Schets hier vijf
magnetische veldlijnen.



ii. (1.2 pt)

$T =$

iii. (2.5 pt)

$F =$

ANSWER SHEET

Problem 2

Opgave T2. Kelvin water druppelaar *(8 punten)*

Deel A. Eén pijp *(4 punten)*

i. (1.2 pt)

$r_{\max} =$

ii. (1.2 pt)

$Q =$

iii. (1.6 pt)

$\varphi_{\max} =$

Deel B. Twee pijpen *(4 punten)*

i. (1.2 pt)

$Q_0 =$

ii. (1.5 pt)

$q =$

iii. (1.3 pt)

$U_{\max} =$

Opgave T3. Formatie van een protoster *(9 punten)*

i. (0.8 pt)

$n =$

ii. (1 pt)

$t_2 =$

iii. (2.5 pt)

$t_{r\to 0} =$

iv. (1.7 pt)

$Q =$

v. (1 pt)

$T(r) =$

vi. (2 pt)

$r_4 \approx$

$T_4 \approx$