45^{th} International Physics Olympiad
Astana, Kazakhstan
Theoretische Opgaven
Dinsdag 15 juli 2014

Lees dit eerst:

De toets duurt vijf uur en bestaat uit 3 opgaven, die bij elkaar **30 punten** waard zijn maar die niet gelijk over de opgaven verdeeld hoeven te zijn.

Gebruik uitsluitend de door de organisatie ter beschikking gestelde pen.

Gebruik uitsluitend de door de organisatie ter beschikking gestelde rekenmachine.

Gebruik alleen de voorkant van de vellen papier.

Gebruik de bijgeleverde antwoordbladen (answer sheets) voor je antwoorden. Numerieke resultaten moeten met een volgens de gegeven data juiste aantal significante (beduidende) cijfers gegeven worden. Vergeet niet de eenheden te vermelden.

Er worden ook extra schrijfbladen meegeleverd. Schrijf op deze werkbladen alles waarvan je denkt dat nodig is voor de oplossing van het vraagstuk. Gebruik zo weinig mogelijk tekst als mogelijk is en gebruik vooral vergelijkingen, figuren, getallen en grafieken.

Het is noodzakelijk dat je je Student Code in het daarvoor bestemde hokje bovenaan elk blad papier dat je gebruikt noteert. Verder moet je op de werkbladen die je gebruikt voor elke vraag het nummer van de opgave (Problem No.), het vraagnummer (Task No.), het opeenvolgende nummer van elk blad (Page No.) en het totale aantal werkbladen dat je hebt gebruikt en die je wilt nagekeken hebben voor elke vraag (Total No. of Pages.). Als je werkbladen gebruikt die je niet nagekeken wilt hebben, zet dan een groot kruis over het gehele blad en neem dat blad niet mee in je nummering.

Leg aan het einde alle bladen in de juiste volgorde in de mappen.
- eerst de antwoordbladen
- daarna de beschreven bladen die nagekeken moeten worden in de goede volgorde.
- dan de bladen die niet nagekeken hoeven te worden. (Gemerkt met een groot kruis.)
- ongebruikte werkbladen
- de opgavenbladen.

Plaats alle papieren van elke vraag in de volgorde van de opgaven en nummering. Stop ze in de bijgeleverde enveloppe en laat alles op je tafel achter. Je mag geen enkel blad meenemen.

Als je naar het toilet wilt, houd dan de blauwe kaart met “TOILET” erop omhoog Heb je een ander probleem, houd dan de rode kaart met “HELP” omhoog.

45^{th} International Physics Olympiad
Astana, Kazakhstan
Theoretische Opgaven, dinsdag 15 juli 2014

Lijst met fundamentale constanten

Lichtsnelheid in vacuüm	$c = 299792458\ m \cdot s^{-1}$
Gravitatieconstante	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Versnelling bij vrije val	$g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$
Getal van Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
Universele gasconstante	$R = 8{,}31\ J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
Boltzmann constante	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
Elementair lading	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ C$
Rustmassa van Elektron	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$
Rustmassa van Proton	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$
Constant van Planck gedeeld door 2π	$\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$
Permittiviteit van het vacuum	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$
Permeabiliteit van het vacuum	$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\ H \cdot m^{-1}$

Handige wiskundige formules

$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)x^2$, als $|x| \ll 1$ en met α een willekeurige constante

$\sin x \approx x - \frac{x^3}{3}$, als $|x| \ll 1$

$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$, als $|x| \ll 1$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1$, met C een willekeurige constante

$\int \frac{dx}{x-a} = \log|x-a| + C$, met C een willekeurige constante

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$u_t\big(x(t)\big) = u_x\big(x(t)\big)x_t(t)$$

$$\big(u(x)v(x)\big)' = u(x)'v(x) + u(x)v(x)'$$

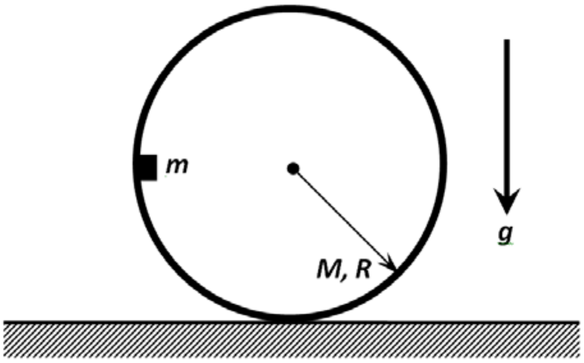
$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u(x)'v(x) - u(x)v(x)'}{v(x)^2}$$

Opgave 1 (9 punten)

Deze opgave bestaat uit drie korte onafhankelijke vraagstukken.

Vraagstuk A (3 punten)

Een schijfje met massa m wordt voorzichtig op de binnenkant van een dunwandige holle cilinder geplaatst. Deze cilinder met massa M en straal R is initieel in rust op een horizontaal vlak en het schijfje bevindt zich op een hoogte R boven het vlak zoals geillustreerd in nevenstaande figuur. Bepaal de grootte van de interactie kracht F tussen het schijfje en de cilinder op het moment dat het schijfje het laagste punt van zijn baan passeert. Neem aan dat wrijving tussen het schijfje en de binnenwand van de cilinder verwaarloosbaar is en dat de cilinder zonder te slippen over het horizontaal vlak rolt. De vrije valversnelling is gelijk aan g.



Vraagstuk B (3 punten)

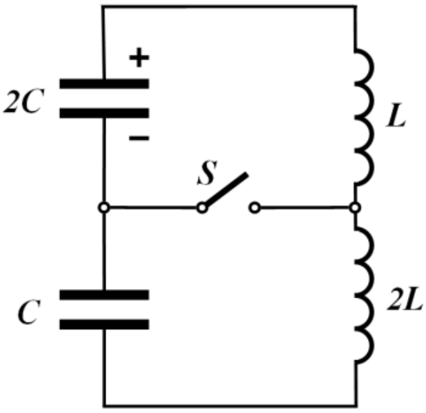
In een gasbel met straal r = 5,00 cm bevindt zich een twee-atomig ideaal gas. De buitenkant van de gasbel bestaat uit een dunne zeepfilm. Deze gasbel is geplaatst in vacuüm. De dunne zeepfilm heeft een dikte van 10,0 µm, een oppervlakte spanning σ van $4{,}00 \cdot 10^{-2}$ N·m^{-1} en een dichtheid ρ van 1,10 g·cm^{-3}.

1. Bepaal een formule voor de molaire soortelijke warmte van het gas in de zeepbel en bereken de waarde hiervan. Neem hierbij aan dat het gas zo traag verwarmd wordt dat de gasbel in mechanisch evenwicht blijft.
   Hint: Laplace toonde aan dat er een druk verschil heerst tussen de binnen- en buitenkant van een gekromd oppervlak, welke veroorzaakt wordt door de oppervlaktespanning van het grensvlak tussen twee verschillende media (stoffen), zodat er geldt $\Delta p = \frac{2\sigma}{r}$, hierbij is r de kromtestraal.

2. Bepaal een formule voor de frequentie ω voor kleine oscillaties van de gasbel en bereken de waarde hiervan. Neem hierbij aan dat de soortelijke warmte van de zeepfilm veel groter is dan de soortelijke warmte van het gas in de bel. Verder kun je aannemen dat de tijd om thermisch evenwicht in de bel te bereiken veel kleiner is dan de periode van de trilling.

Vraagstuk C (3 punten)

Zie de schakeling hiernaast. In de beginsituatie is de schakelaar S open. De condensator met een capaciteit $2C$ heeft een hoeveelheid elektrische lading gelijk aan q_0. De condensator met een capaciteit van C is niet geladen en er loopt geen stroom door de spoelen met zelfinductie gelijk aan respectievelijk L en $2L$.
De condensator begint te ontladen. Op het moment dat de stroom in de spoelen een maximum heeft bereikt, sluit de schakelaar. Bepaal na dit moment de maximale stroomsterkte I_{max} door de schakelaar S.



9 punten

Antwoord	Marks
Vraagstuk A (3 punten)	
$F =$	
Vraagstuk B(3 punten)	
$\mathrm{C} =$	
$\omega =$	
Vraagstuk C (3 punten)	
$\mathrm{I}_{\max} =$	

Opgave 2. Toestandsvergelijking van Van der Waals (11 punten)

In een veelgebruikt model voor een ideaal gas, waarvan de toestandsvergelijking voldoet aan de wet van Clapeyron-Mendeleev, worden een aantal fysische effecten verwaarloosd: Ten eerste hebben de deeltjes van een reëel gas niet-verwaarloosbare afmetingen en ten tweede hebben de deeltjes wel interactie met elkaar. In alle onderdelen van deze opgave is de veronderstelling dat er wordt gewerkt met *één mol water*.

DEEL A. Toestandsvergelijking van een niet-ideaal gas (2 punten)

Door de niet-verwaarloosbare afmetingen van de moleculen in rekening te brengen krijgt de toestandsvergelijking de vorm

$$P(V-b)=RT, \tag{1}$$

waarbij P, V en T respectievelijk de gasdruk, zijn volume en temperatuur voorstellen, R de universele (algemene) gasconstante voorstelt en b een constante waardoor het volume wordt verkleind.

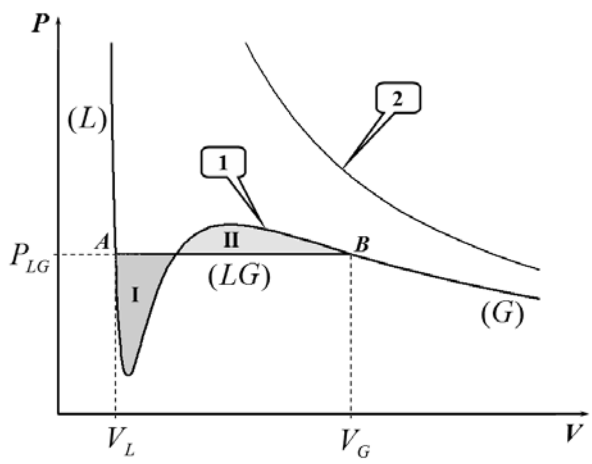
A1	Maak een schatting van de waarde van b, als functie van de diameter van de moleculen d. **(0,3 punten)**

Om de intermoleculaire aantrekkingskrachten in rekening te kunnen brengen, stelde Van der Waals de volgende toestandsvergelijking voor, die behoorlijk nauwkeurig zowel de vloeibare als gasvormige toestand van materie beschrijft

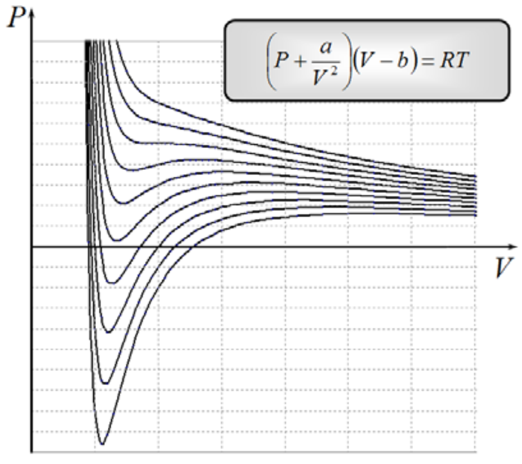
$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT. \tag{2}$$

waarbij a eveneens een constante is.

Bij temperaturen T beneden een zekere kritische waarde T_C, wordt de isotherm uit vergelijking (2) vrij goed benaderd door een niet-monotone curve (1) getoond in figuur 1, die de Van der Waals isotherm wordt genoemd. In dezelfde figuur toont curve (2) de isotherm van een ideaal gas bij dezelfde temperatuur. Een echte isotherm verschilt van een Van der Waals isotherm door het rechte segment $\boldsymbol{AB}$, getekend bij een zekere druk P_{LG}. Dit rechte segment is gesitueerd tussen de volume V_L en V_G, en komt overeen met het evenwicht tussen de vloeibare fase (aangegeven in de figuur met subscript L) en gasvormige fase (subscript G). Vanuit de tweede wet van de thermodynamica toonde J. Maxwell aan dat de druk P_{LG} zodanig moet worden gekozen dat de oppervlaktes I en II getoond in figuur 1 gelijk moeten zijn in grootte.



Figuur 1. Van der Waals isotherm van een gas/vloeistof (curve 1) en isotherm van een ideaal gas (curve 2).



Figuur 2. Verschillende isothermen voor de Van der Waals toestandsvergelijking.

Bij toenemende temperatuur krimpt het rechte segment AB op de isotherm ineen tot één enkel punt waarbij de temperatuur en de druk respectievelijk de waarden T_c en $P_{LG} = P_c$ bereiken. De paramaters P_c en T_c worden kritieke waarden genoemd en kunnen experimenteel met grote precisie worden bepaald.

A2	Druk de Van der Waals constanten a en b uit in termen van T_c en P_c. **(1,3 punten)**
A3	Voor water bedraagt T_c = 647 K en $P_c = 2{,}2\cdot10^7$ Pa. Bereken a_W en b_W voor water. **(0,2 punten)**
A4	Maak een schatting van de diameter van de watermoleculen d_W. **(0,2 punten)**

Deel B. Eigenschappen van gas en vloeistof (6 punten)

In dit deel van de opgave behandelen we de eigenschappen van water in de vloeibare fase en de gasfase bij een temperatuur van 100°C. De verzadigde dampdruk bij deze temperatuur is $p_0=1{,}0\cdot10^5$ Pa en de molmassa (molaire massa) van water μ is gelijk aan $1{,}8.10^{-2}$ kg·mol^{-1}.

Gasvormige toestand

Voor het beschrijven van de eigenschappen van water in de gasfase is het redelijk om aan te nemen dat $V_G \gg b$.

B1	Leid de vergelijking af voor V_G en druk de vergelijking uit in termen van R, T, p_0 and a. **(0,8 punten)**

Ongeveer hetzelfde volume V_{G0} kan benaderd worden met behulp van de ideale gaswet.

B2	Bepaal de relatieve afname van het gasvolume uitgedrukt in procenten ten gevolge van intermoleculaire krachten , $\frac{\Delta V_G}{V_{G0}} = \frac{V_{G0}-V_G}{V_{G0}}$. **(0,3 punten)**

Indien het volume van het systeem gereduceerd wordt onder V_G, begint het gas te condenseren. Desondanks kan een schoon (zuiver) gas in een metastabiel mechanisch evenwicht blijven (ook wel supergekoelde damp genoemd) totdat het een zekere volume V_{Gmin} bereikt.

De conditie voor mechanische stabiliteit van een supergekoelde gas bij constante temperatuur wordt gegeven door $\frac{dP}{dV} < 0$.

B3	Geef een uitdrukking voor de verhouding $V_G/V_{G\min}$ voor waterdamp die in een metastabiele toestand blijft en bereken de waarde van deze verhouding **(0,7 punten)**

Vloeibare toestand

Voor de beschrijving van water in vloeibare toestand is het volgens Van der Waals toegestaan om de volgende ongelijkheid aan te nemen $P \ll a/V^2$

B4	Druk het volume van vloeibaar water V_L uit in termen van a, b, R and T. **(1 punt)**

Neem aan dat $bRT \ll a$, bepaal dan de volgende eigenschappen voor water. *Wees niet verbaasd over de berekende data (verkregen waarden) indien ze niet overeenkomen met welbekende waarden uit tabellen*.

B5	Geef de uitdrukking voor de dichtheid van vloeibaar water ρ_L als functie van enkele van de volgende termen : μ, a, b, R. Bereken ook de waarde voor ρ_L. **(0,5 punten)**

B6	Geef een uitdrukking voor de kubieke thermische uitzettingscoëfficiënt $\alpha = \frac{1}{V_L}\frac{\Delta V_L}{\Delta T}$ als functie van a, b, R en bereken α. **(0,6 punten)**
B7	Geef een uitdrukking voor de soortelijke verdampingswarmte L van water als functie van μ, a, b, R en bereken L. **(1,1 punten)**
B8	Beschouw een monomoleculairelaag van water en maak een schatting voor de oppervlaktespanning van water. **(1,2 punten)**

DEEL C. Vloeistof-gassystemen (3 punten)

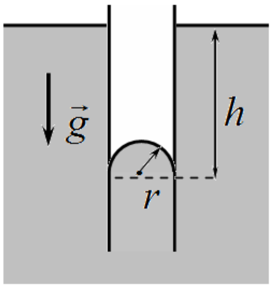
Vanuit Maxwell's regel (gelijkheid van oppervlaktes door het toepassen van simpele integratie) en de toestandsvergelijking van Van der Waals, samen met de benaderingen gemaakt in deel B, kan aangetoond worden dat de verzadigde dampdruk p_{LG} afhankelijk is van de temperatuur T volgens:

$$\ln p_{LG} = A + \frac{B}{T}, \quad (3)$$

waarbij A en B constanten zijn, die uitgedrukt kunnen worden als functie van a en b als :

$$A = \ln\left(\frac{a}{b^2}\right) - 1\,;\; B = -\frac{a}{bR}$$

W. Thomson toonde aan dat de druk van de verzadigde damp afhangt van de kromming van het vloeistofoppervlak. Beschouw een vloeistof die het oppervlak van een capilair buisje niet bevochtigt (non-wetting capillary). Wanneer het buisje in de vloeistof wordt gebracht, zal de vloeistof hierin over een zekere afstand dalen als gevolg van de oppervlaktespanning (zie figuur 3).



Figuur 3. Capilair buisje ondergedompeld in een vloeistof die het material niet bevochtigt.

C1	Zoek een kleine verandering in verzadigde dampdruk Δp_T langs het gekromde oppervlak en druk deze uit als functie van dampdichtheid ρ_S, de vloeistofdichtheid ρ_L, de oppervlaktespanning σ en de kromtestraal r. **(1,3 punten)**

Metastabiele toestanden, zoals beschouwd in deel B3, komen in de realiteit veel voor in experimentele opstellingen zoals een nevelkamer, ontworpen voor het registreren van elementaire deeltjes. Ze komen ook voor bij natuurfenomen zoals de vorming van de ochtenddauw. Supergekoelde damp zal door condensatie vloeistofdruppels vormen. Zeer kleine druppels zullen snel verdampen, terwijl de druppels die voldoende groot zijn nog verder kunnen groeien.

C2	Veronderstel dat bij een avondtemperatuur van 20 °C de waterdamp in de lucht verzadigd was, maar dat tegen de ochtend de omgevingstemperatuur gedaald was met Δt = 5,0 °C. Bepaal de minimale straal van de druppeltjes die kunnen groeien, in de veronderstelling dat de dampdruk onveranderd is gebleven. Gebruik als waarde voor de oppervlaktespanning van water : $\sigma = 7.3 \cdot 10^{-2}$ N/m **(1,7 punten)**

Van der Waals toestandsvergelijking (11 punten)

Vraagstuk	Antwoord	Punten
Vraagstuk A. Toestandsvergelijking van een niet ideaal gas (2 punten)		
A1. 0,3 punten	$b =$	
A2. 1,3 punten	$a =$ $b =$	
A3. 0,2 punten	$a_w =$ $b_w =$	
A4. 0,2 punten	$d_w =$	
Vraagstuk B. Eigenschappen van gas en vloeistof (6 punten)		
B1. 0,8 punten	$V_G \approx$	
B2. 0,3 punten	$\left(\frac{\Delta V_G}{V_{G0}}\right) = \frac{V_{G0} - V_G}{V_{G0}}$	
B3. 0,7 punten	$\frac{V_G}{V_{Gmin}}$	
B4. 1,0 punten	V_L	

B5. 0,3 punten	$\rho_L =$	
B6. 0,6 punten	$\alpha = \frac{1}{V_L}\frac{\Delta V_L}{\Delta T} =$	
B7. 1,1 punten	$L =$	
B8. 1,2 punten	$\sigma =$	
Vraagstuk C. Vloeistof-gas systeem (3 punten)		
C1. 1,3 punten	Δp_T	
C2. 1,7 punten	The minimum straal van de druppels die kunnen groeien $r =$	

Opgave 3. Een eenvoudig model van een gasontlading (10 punten)

Een elektrische stroom door een gas noemen we een gasontlading. Er zijn veel soorten gasontladingen, bijvoorbeeld gloei-ontlading in gaslampen, boogontladingen bij lassen en de vonkontlading bij bliksem.

Vraagstuk A. Een zichzelf niet in standhoudende gasontlading (4,5 punten)

In dit deel van de opgave bestuderen we de zichzelf niet in standhoudende gasontlading. Om deze wel in stand te houden is een externe ionisator nodig. Deze produceert Z_{ext} paren van vrije elektronen en enkelvoudig geïoniseerde ionen per eenheid van volume en per eenheid van tijd gelijkmatig over de ruimte.

Op het moment dat een externe ionisator wordt aangezet begint het aantal ionen en elektronen toe te nemen. Oneindige toename in het aantal elektronen en ionen wordt voorkomen door een proces van recombinatie waarbij een vrij elektron en een ion een neutraal atoom vormen. Het aantal recombinaties Z_{rec} per eenheid van volume en per eenheid van tijd in het gas wordt gegeven door

$$Z_{rec} = rn_e n_i$$

met r een constante die de recombinatie-coëfficiënt genoemd wordt. n_e en n_i zijn respectievelijk de elektronendichtheid en de ionendichtheid.

Neem aan dat op tijdstip $t = 0$ de ionisator wordt aangezet en zowel de elektronendichtheid als de ionendichtheid gelijk aan nul zijn. De elektronendichtheid $n_e(t)$ hangt dan als volgt van de tijd af:

$$n_e(t) = n_0 + a \tanh bt$$

met n_0, a en b constanten. $\tanh x$ betekent tangens hyperbolicus.

A1	Bepaal n_0, a en b als functie van Z_{ext} en r. **(1,8 punten)**

Neem aan dat we twee externe ionisatoren hebben. Als de eerste wordt aangezet, bereikt de elektronendichtheid zijn evenwichtstoestand bij de waarde $n_{e1} = 12 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}. Als de tweede externe ionisator wordt aangezet, bereikt de elektronendichtheid zijn evenwichtstoestand bij de waarde
$n_{e2} = 16 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}.

A2	Bereken de elektronendichtheid n_e bij de evenwichtstoestand als beide externe ionisatoren tegelijk worden aangezet. (**0,6 punten**)

Let op! *In het volgende gaan we er van uit dat de externe ionisator al zo lang aan staat dat alle processen stationair zijn geworden en niet van de tijd afhangen. Negeer het elektrisch veld door de ladingsdragers volledig.*

Neem, aan dat het gas de ruimte opvult in de buis tussen twee evenwijdige geleidende platen met oppervlakte S die door een afstand $L \ll \sqrt{S}$ van elkaar zijn gescheiden. Er wordt op de platen een spanning U gezet om een elektrisch veld tussen hen te creëren. Ga er van uit dat de dichtheden van beide soorten ladingsdragers bijna constant blijven door de buis heen.
Het is bekend dat zowel de elektronen (met subscript e) als de ionen (met subscript i) dezelfde bepaalde snelheid krijgen door de elektrische veldsterkte E, met de waarde

$$v = \beta E$$

Met β een constante, de zogenaamde ladingsbeweeglijkheid (charge mobility).

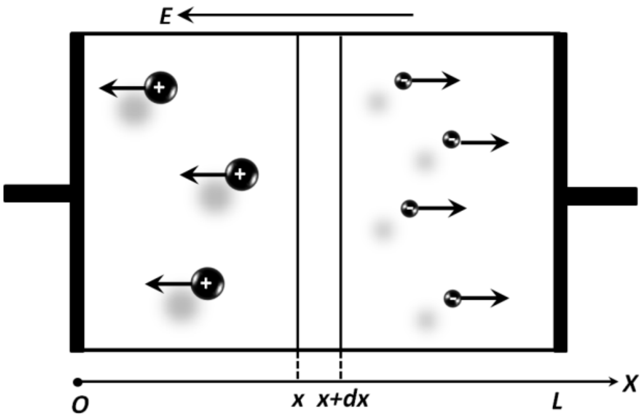
A3	Druk de elektrische stroomsterkte I in de buis uit als functie van $U, \beta, L, S, Z_{ext}, r$ en e waarbij e de elementaire lading is. (**1,7 punten**)
A4	Bepaal de soortelijke weerstand (restitiviteit) van het gas ρ_{gas} bij kleine aangelegde spanning en druk deze daarbij uit als functie van β, L, Z_{ext}, r en e. (**0,7 punten**)

Vraagstuk B. Een zichzelf in standhoudende gasontlading (5,2 punten)

In dit deel van de opgave bestuderen we de ontsteking van de zichzelf in standhoudende gasontlading om aan te tonen hoe de elektrische stroom in de buis zichzelf in stand kan houden.

Let op! Neem voor het vervolg aan dat de externe ionisator blijft werken. Verwaarloos het elektrisch veld ten gevolge van de ladingsdragers zodat het elektrisch veld uniform is in de buis. De recombinatie kan ook volledig worden verwaarloosd..

Er is voor de zichzelf in standhoudende gasontlading nog geen rekening gehouden met twee belangrijke processen. Het eerste proces is de emissie van secundaire elektronen, het tweede proces is het ontstaan van een lawine (avalanche) van elektronen.



De emissie van secundaire elektronen ontstaat als ionen de negatieve elektrode (kathode) raken en elektronen losmaken. Deze elektronen bewegen naar de positieve elektrode (anode). De verhouding van het aantal secundaire elektronen $\dot{N}_e$ per tijdseenheid en het aantal ionen $\dot{N}_i$ dat per tijdseenheid tegen de kathode botst wordt de coëfficiënt van secundaire elektronen emissie genoemd, $\gamma = \dot{N}_e/\dot{N}_i$.

Het ontstaan van de lawine van elektronen wordt als volgt verklaard: Het elektrisch veld accelereert de vrije elektronen. Deze elektronen verkrijgen voldoende kinetische energie om de atomen in het gas bij botsing te ioniseren. Als gevolg daarvan zal het aantal vrije elektronen dat naar de anode beweegt significant toenemen. Dit proces wordt beschreven door de zogenaamde Towsend coëfficiënt α. Deze coëfficiënt kenmerkt een toename in het aantal elektronen dN_e als gevolge van N_e bewegende elektronen die een afstand dl hebben afgelegd. In formule:

$$\frac{dN_e}{dl} = \alpha N_e.$$

De totale stroomsterkte I in een willekeurige dwarsdoorsnede van de buis bestaat uit de ionenstroom $I_i(x)$ en de elektronenstroom $I_e(x)$. Deze stromen zijn, in de stationaire toestand, afhankelijk van de coördinaat x, zoals ook in de figuur te zien is.

De elektronenstroom $I_e(x)$ varieert langs de x-as volgens de volgende formule:

$$I_e(x) = C_1 e^{A_1 x} + A_2,$$

hierin zijn A_1, A_2 en C_1 constanten.

B1	Druk A_1 en A_2 uit als functie van $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L$ en S. **(2 punten)**

De ionenstroom $I_i(x)$ varieert langs de x-as volgens de volgende formule:

$$I_i(x) = C_2 + B_1 e^{B_2 x},$$

hierin zijn B_1, B_2 en C_2 constanten.

B2	Druk B_1 en B_2 uit als functie van $Z_{\text{ext}}, \alpha, e, L, S$ en C_1. **(0,6 punten)**
B3	Wat geldt er voor $I_i(x)$ op plaats $x = L$. **(0,3 punten)**
B4	Wat geldt er voor $I_i(x)$ en $I_e(x)$ op plaats $x = 0$. **(0,6 punten)**
B5	Druk de totale stroomsterkte I uit als functie van $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L$ en S. Neem aan dat de stroomsterkte een eindige waarde heeft. **(1,2 punten)**

Stel dat de Townsend coëfficiënt α constant is. Het blijkt dat als de buis langer is dan een kritische lengte $L > L_{\text{cr}}$, de externe ionisator uitgezet kan worden en de ontlading zichzelf in stand houdt.

B6	Druk L_{cr} uit als functie van $Z_{\text{ext}}, \alpha, \gamma, e, L$ en S. **(0,5 points)**

Eenvoudig model van een gasontlading (10 punten)

Vraagstuk	Antwoord	Punten
Vraagstuk A. Een zichzelf niet in stand houdende gasontlading (4,8 punten)		
A1. 1,8 punten	$n_0 =$ $a =$ $b =$	
A2. 0,6 punten	$n_e =$	
A3. 1,7 punten	$I =$	
A4. 0,7 punten	$\rho =$	
Vraagstuk B. Een zichzelf in stand houdende gasontlading (5,2 punten)		
B1. 2,0 punten	$A_1 =$ $A_2 =$	
B2. 0,6 punten	$B_1 =$ $B_2 =$	

B3. 0,3 punten	$I_i(L) =$	
B4. 0,6 punten		
B5. 1,2 punten	$I =$	
B6. 0,5 punten	$L_{cr} =$	